Méthodes de Monte Carlo en Vision Stéréoscopique

Application à l'Etude de Modèles Numériques de Terrain

Julien Sénégas

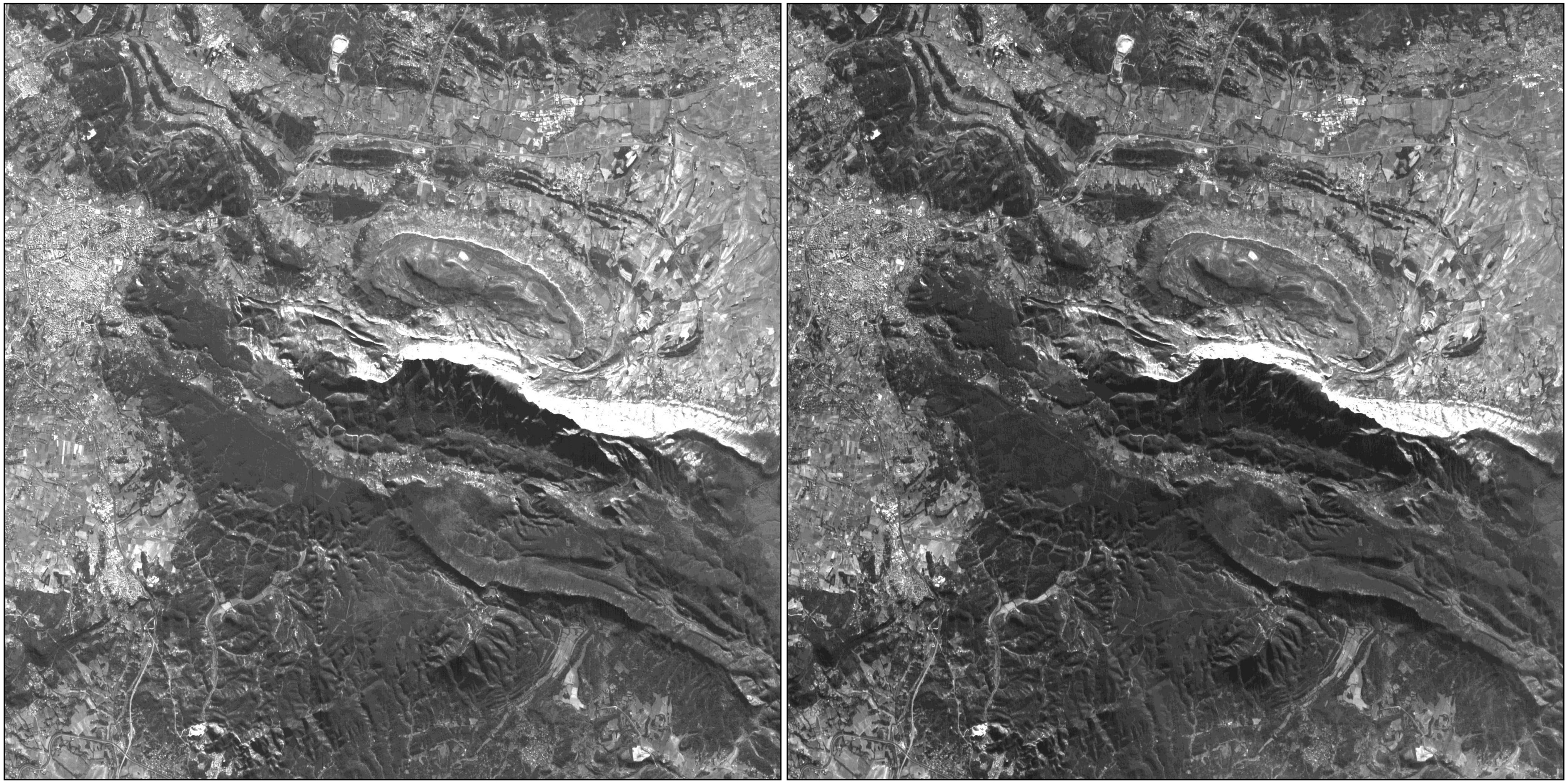
senegas@cg.ensmp.fr

ECOLE DES MINES DE PARIS

ISTAR

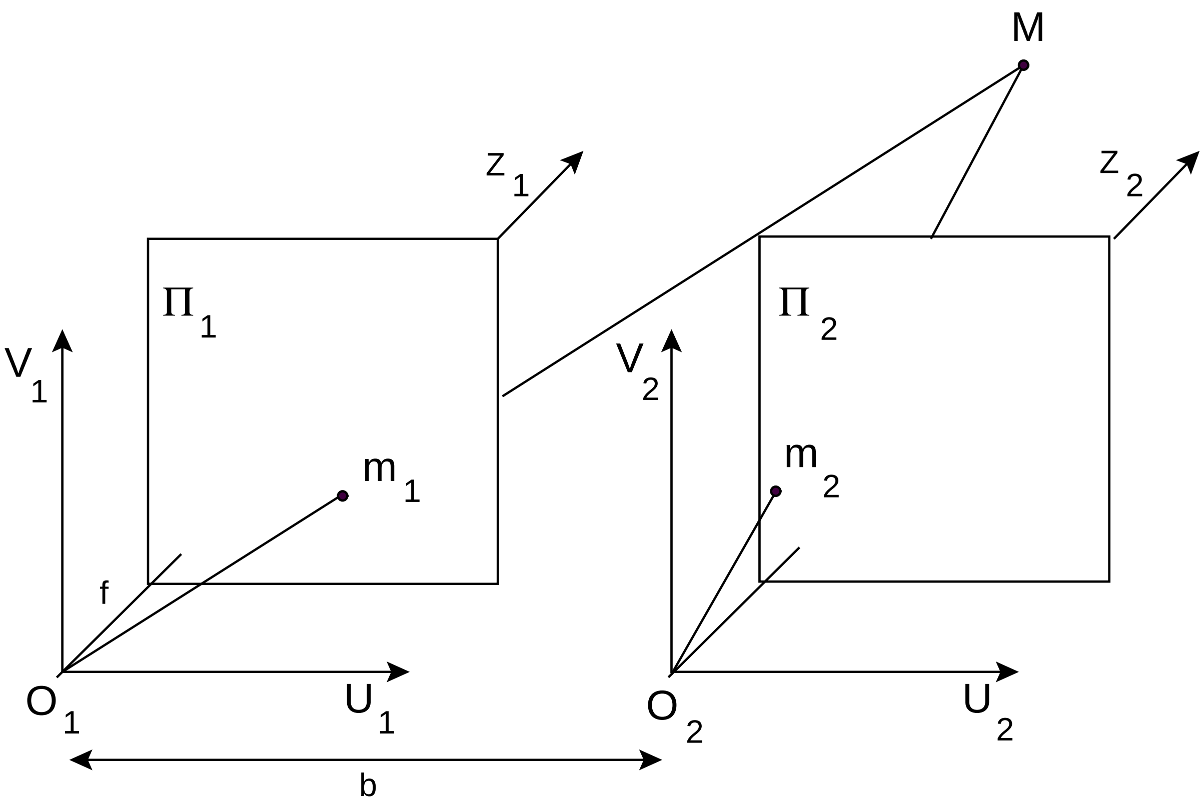
Vision stéréoscopique

Couple stéréoscopique



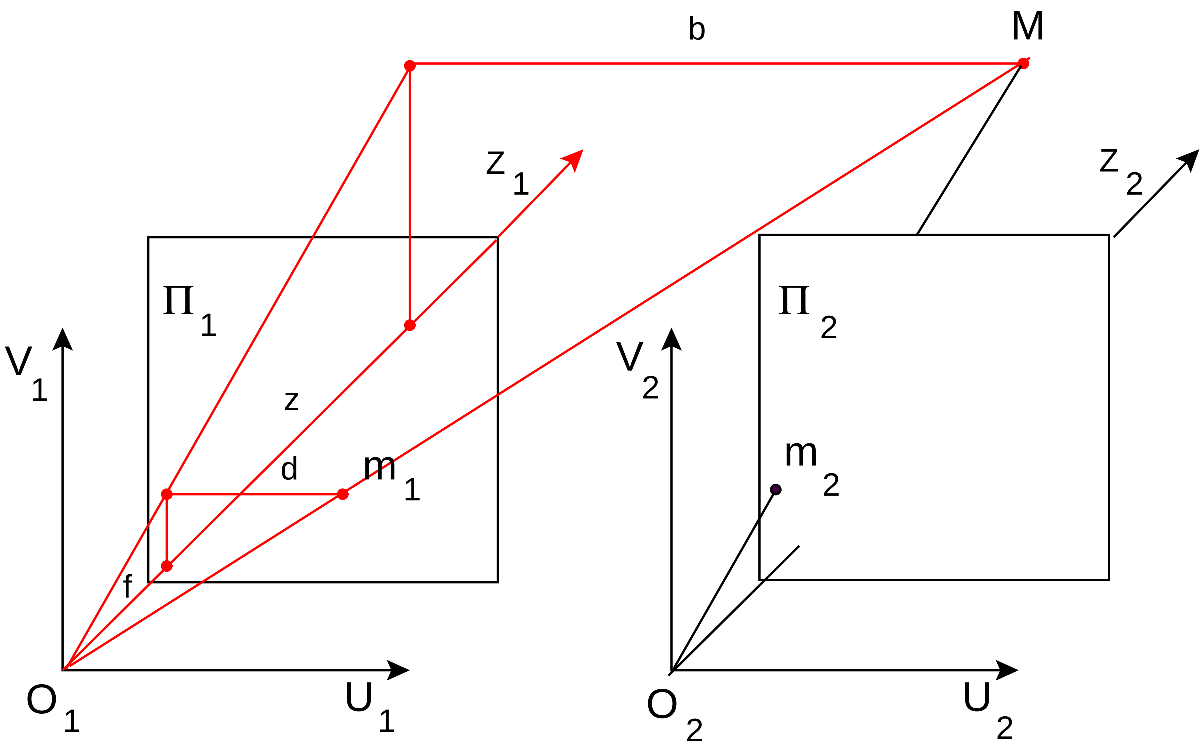
Extrait d'un couple stéréoscopique SPOT - Région d'Aix-Marseille.

Des coordonnées images aux coordonnées 3D



Système stéréoscopique composé de 2 caméras projectives linéaires parallèles.

Des coordonnées images aux coordonnées 3D

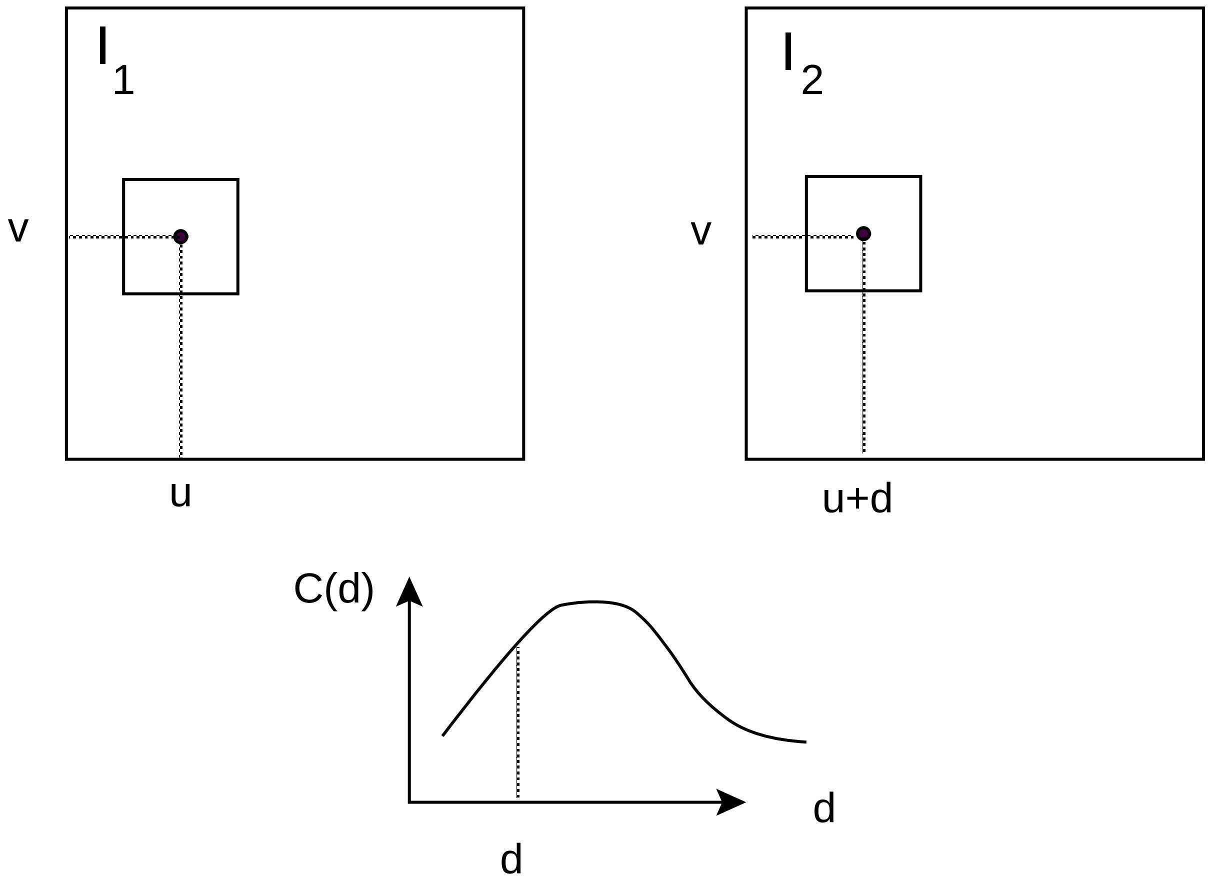


$$d = u_1 - u_2$$

$$z = \frac{fb}{d}$$

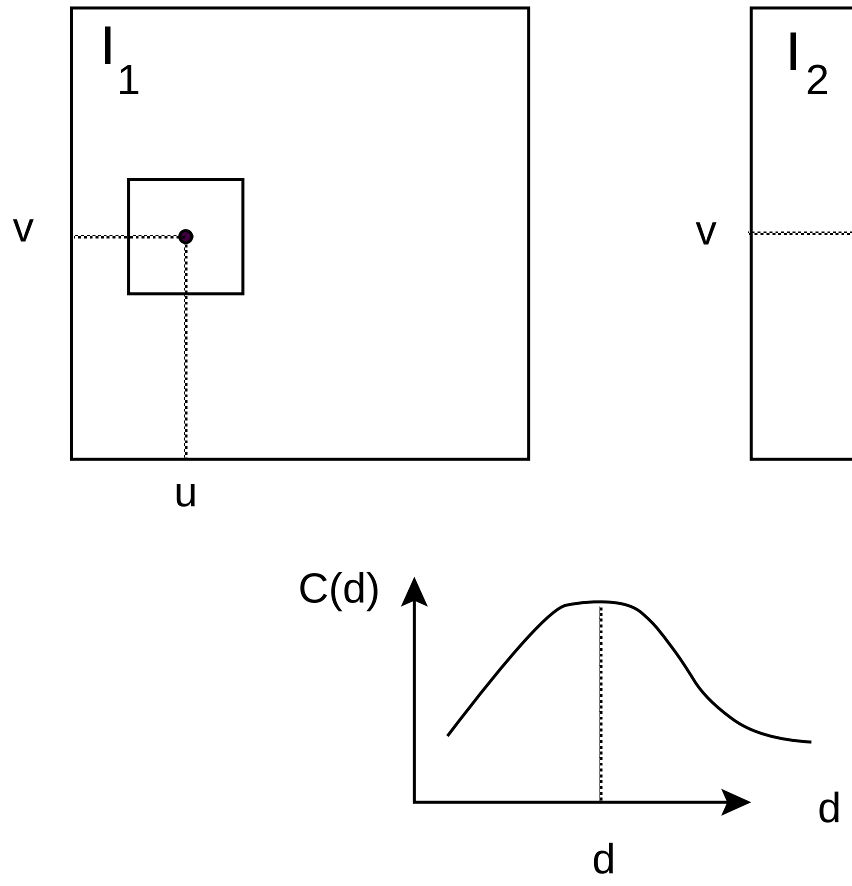
Définition de la disparité en géométrie épipolaire.

Mise en correspondance par corrélation



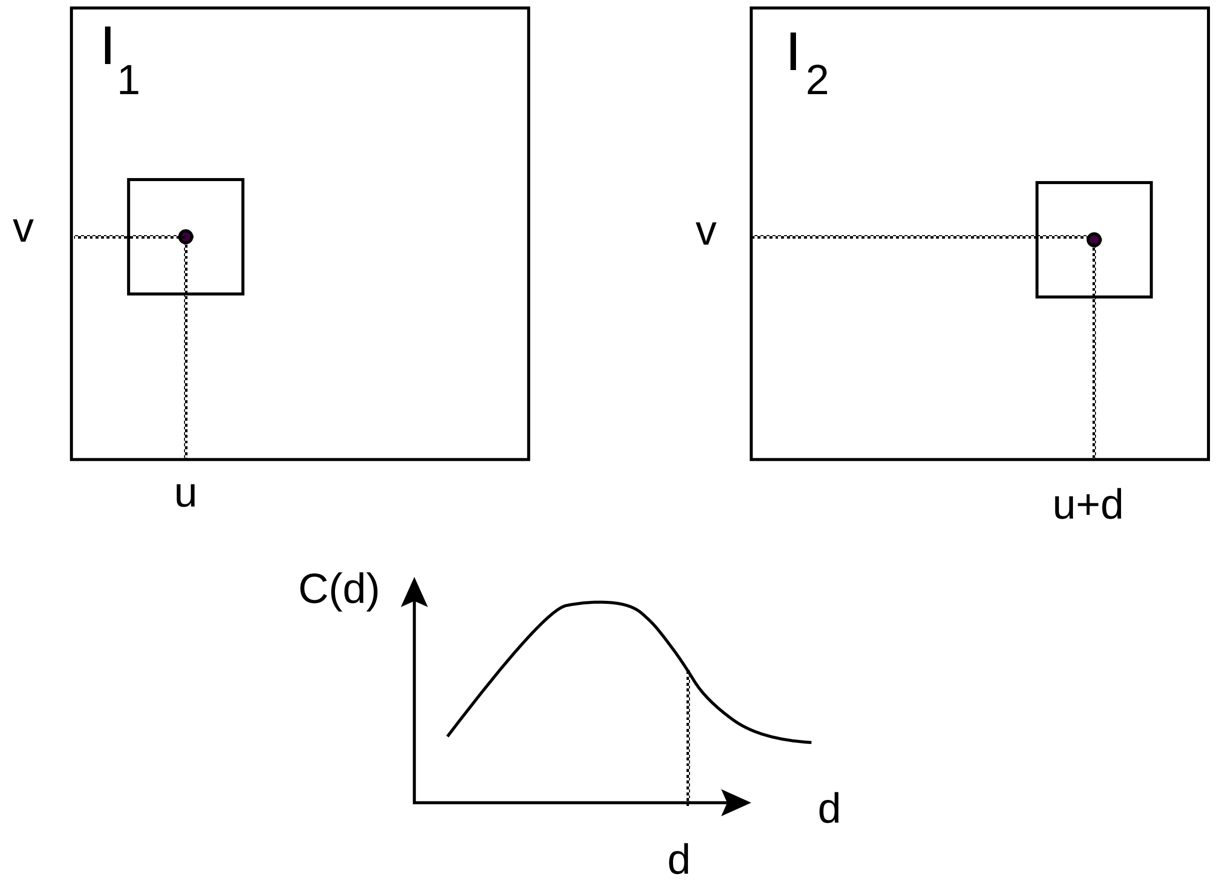
Calcul de la disparité par maximisation de la corrélation.

Mise en correspondance par corrélation



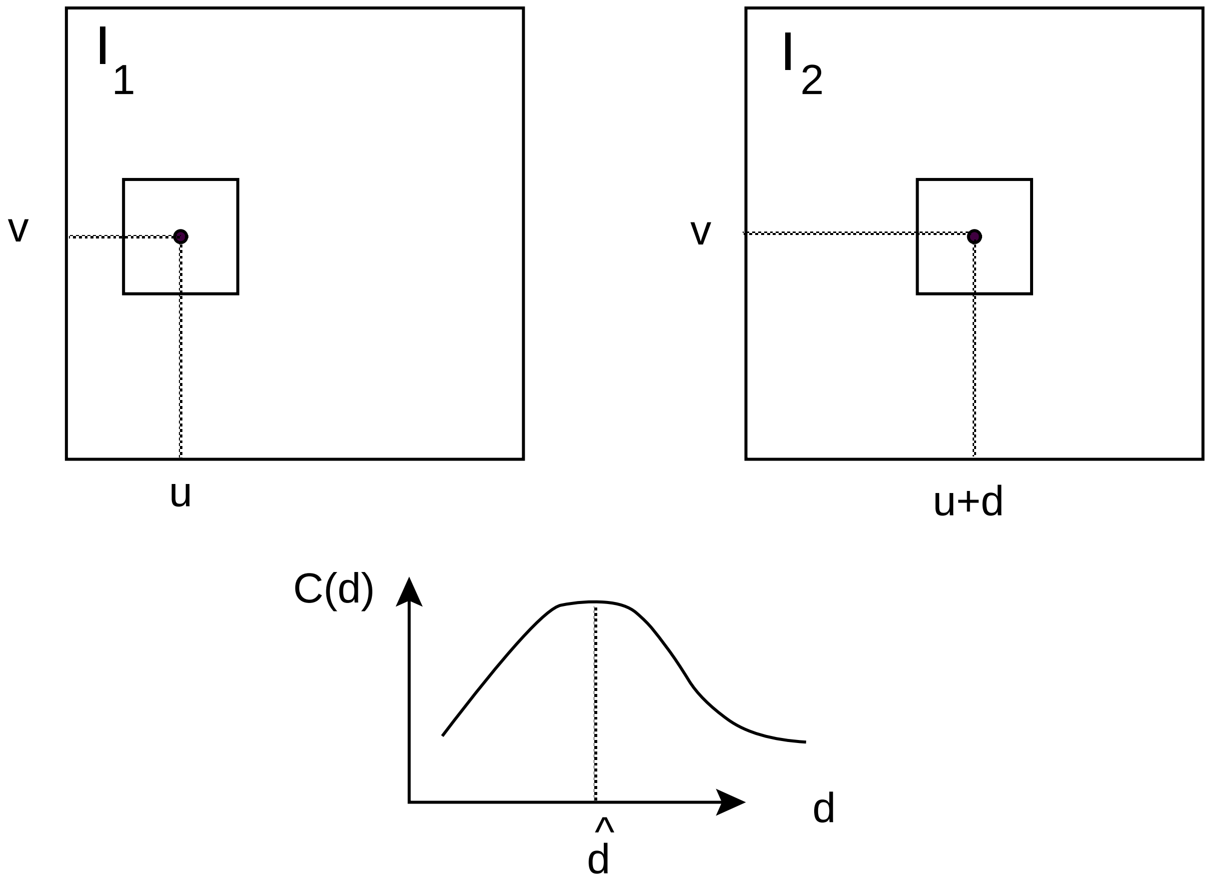
Calcul de la disparité par maximisation de la corrélation.

Mise en correspondance par corrélation



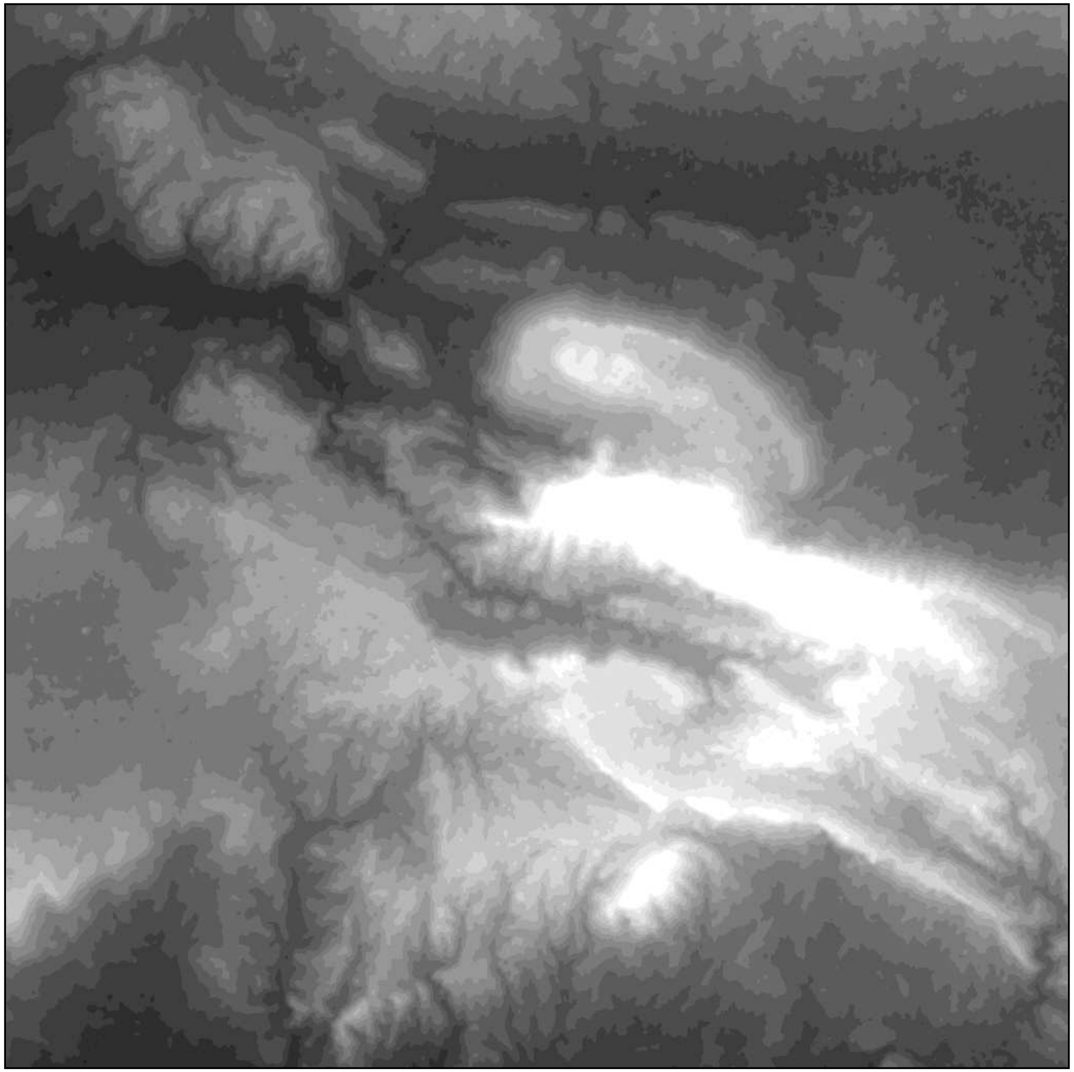
Calcul de la disparité par maximisation de la corrélation.

Mise en correspondance par corrélation



Calcul de la disparité par maximisation de la corrélation.

Calcul de la disparité



Carte de disparité du couple d’Aix-Marseille.

Formulation du problème

Un problème inverse

Soit $C_{u,v}(d)$ une mesure de la similarité des images I_1 et I_2 au voisinage du point (u, v) pour une disparité d.

Un problème inverse

Soit $C_{u,v}(d)$ une mesure de la similarité des images I_1 et I_2 au voisinage du point (u, v) pour une disparité d.

L'estimation de la disparité est un problème inverse dont une solution est donnée par optimisation :

$$\boxed{\hat{d}(u, v) = \arg\max_d C_{u,v}(d)}$$

Un problème inverse

Soit $C_{u,v}(d)$ une mesure de la similarité des images I_1 et I_2 au voisinage du point (u,v) pour une disparité d.

L'estimation de la disparité est un problème inverse dont une solution est donnée par optimisation :

$$\boxed{\hat{d}(u,v) = \arg\max_d C_{u,v}(d)}$$

Problème d'information :

- similarité locale entre les 2 images non vérifiée (bruit d'acquisition , déformations géométriques , ...),
- information radiométrique non discriminante (faible contraste , périodicité, ...).

Formulation bayésienne

L'ensemble des solutions est décrit par la distribution de probabilité *a posteriori* de la disparité D connaissant le couple stéréoscopique $Y = (I_1, I_2)$:

$$\boxed{\pi_D(d|y) \propto L(y|d)\pi_D(d)}$$

Formulation bayésienne

L'ensemble des solutions est décrit par la distribution de probabilité *a posteriori* de la disparité D connaissant le couple stéréoscopique $Y = (I_1, I_2)$:

$$\boxed{\pi_D(d|y) \propto L(y|d)\pi_D(d)}$$

- $L(.|d)$ est la vraisemblance du couple Y à $D = d$ fixé,
- $\pi_D(.)$ est la distribution *a priori* de la disparité D.

Formulation bayésienne

L'ensemble des solutions est décrit par la distribution de probabilité *a posteriori* de la disparité D connaissant le couple stéréoscopique $Y = (I_1, I_2)$:

$$\boxed{\pi_D(d|y) \propto L(y|d)\pi_D(d)}$$

- $L(.|d)$ est la vraisemblance du couple Y à $D = d$ fixé,
- $\pi_D(.)$ est la distribution *a priori* de la disparité D.

Analyser l'incertitude liée à l'estimation de la disparité D :

étudier la distribution *a posteriori* $\pi_D(.|y)$.

Un problème d'échantillonnage

Reformulation du problème initial :

Un problème d'échantillonnage

Reformulation du problème initial :

- choix du modèle stochastique pour $\pi_D(d|y) \propto L(y|d)\pi_D(d)$,

Un problème d'échantillonnage

Reformulation du problème initial :

- choix du modèle stochastique pour $\pi_D(d|y) \propto L(y|d)\pi_D(d)$,

- calcul d'intégrales sous $\pi_D(.|y)$ par Monte Carlo à partir d'un échantillon $\{z_k, k = 1, m\}$ de $\pi_D(.|y)$:

$$\frac{1}{m}\sum_{k=1}^{m} g(z_k) \longrightarrow \mathrm{E}_{\pi_D(.|y)}(g) = \int_z g(z)\pi_D(z|y)dz,$$

Un problème d'échantillonnage

Reformulation du problème initial :

- choix du modèle stochastique pour $\pi_D(d|y) \propto L(y|d)\pi_D(d)$,

- calcul d'intégrales sous $\pi_D(.|y)$ par Monte Carlo à partir d'un échantillon $\{z_k, k = 1, m\}$ de $\pi_D(.|y)$:

$$\frac{1}{m}\sum_{k=1}^{m} g(z_k) \to \mathrm{E}_{\pi_D(.|y)}(g) = \int_z g(z)\pi_D(z|y)dz,$$

- échantillonnage de la loi $\pi_D(.|y)$ à l'aide d'une chaîne de Markov $\mathcal{Z} = (z_k)_{k\geq 0}$.

Choix du modèle stochastique

Vraisemblance : modèles gaussiens

Expression générale :

$$L(y|d) \propto \frac{1}{\sigma_l |\mathrm{C}_l|^{\frac{1}{2}}} \exp\left(-\frac{1}{2\sigma_l^2}(\eta - m_l)^\top \mathrm{C}_l^{-1}(\eta - m_l)\right)$$

avec $\eta(u,v) = I_1(u,v) - I_2(u + d(u,v), v)$ (intensité résiduelle)

Vraisemblance : modèles gaussiens

Expression générale :

$$L(y|d) \propto \frac{1}{\sigma_l |\mathrm{C}_l|^{\frac{1}{2}}} \exp\left(-\frac{1}{2\sigma_l^2}(\eta - m_l)^\top \mathrm{C}_l^{-1}(\eta - m_l)\right)$$

avec $\eta(u,v) = I_1(u,v) - I_2(u + d(u,v), v)$ (intensité résiduelle)

Choix possibles :

- modèle de bruit additif non corrélé (GMF-0) : $\mathrm{C}_l^{-1} = \mathrm{I}$,
- modèle avec structure spatiale (GMF-1) : C_l^{-1} est la matrice de précision d'un champ de Markov de paramètre spatial ρ.

Vraisemblance : modèle de mélange

But : prendre en compte l'existence de valeurs aberrantes du résidu :

$$L(y|d) \propto \prod_{u,v} \left(p_{l_1}\phi_1(\eta_{u,v}) + p_{l_2}\phi_2(\eta_{u,v})\right)$$

Vraisemblance : modèle de mélange

But : prendre en compte l'existence de valeurs aberrantes du résidu :

$$L(y|d) \propto \prod_{u,v} \left(p_{l_1}\phi_1(\eta_{u,v}) + p_{l_2}\phi_2(\eta_{u,v})\right)$$

Modèle de mélange (MIXT) :

- une loi gaussienne ϕ_1 modélisant le bruit d'acquisition (non corrélé spatialement),
- une loi uniforme ou gaussienne ϕ_2 de variance élevée modélisant les valeurs fortes (dues par exemple à la violation de l'hypothèse lambertienne).

Modèle *a priori*

Cadre des fonctions aléatoires gaussiennes (Belhumeur, 1996, Szeliski, 1989) :

$$\pi_D(d) \propto \frac{1}{\sigma_p |\mathrm{C}_p|^{\frac{1}{2}}} \exp\left(-\frac{1}{2\sigma_p^2} (d - m_p)^\top \mathrm{C}_p^{-1} (d - m_p) \right)$$

Modèle *a priori*

Cadre des fonctions aléatoires gaussiennes (Belhumeur, 1996, Szeliski, 1989) :

$$\pi_D(d) \propto \frac{1}{\sigma_p |\mathrm{C}_p|^{\frac{1}{2}}} \exp\left(-\frac{1}{2\sigma_p^2}(d-m_p)^\top \mathrm{C}_p^{-1}(d-m_p)\right)$$

Deux approches :

- Modèle stationnaire : m_p constante et C_p stationnaire,
- Modèle avec dérive : m_p varie et C_p stationnaire.

Modèle *a priori*

Cadre des fonctions aléatoires gaussiennes (Belhumeur, 1996, Szeliski, 1989) :

$$\pi_D(d) \propto \frac{1}{\sigma_p |\mathrm{C}_p|^{\frac{1}{2}}} \exp\left(-\frac{1}{2\sigma_p^2} (d - m_p)^\top \mathrm{C}_p^{-1} (d - m_p) \right)$$

Deux approches :

- Modèle stationnaire : m_p constante et C_p stationnaire,
- Modèle avec dérive : m_p varie et C_p stationnaire.

Difficulté : comment sortir de l'hypothèse stationnaire et prendre en compte une dérive ?

Modèle *a priori*

Cadre des fonctions aléatoires gaussiennes (Belhumeur, 1996, Szeliski, 1989) :

$$\pi_D(d) \propto \frac{1}{\sigma_p |\mathrm{C}_p|^{\frac{1}{2}}} \exp\left(-\frac{1}{2\sigma_p^2}(d - m_p)^\top \mathrm{C}_p^{-1}(d - m_p)\right)$$

Deux approches :

- Modèle stationnaire : m_p constante et C_p stationnaire,
- Modèle avec dérive : m_p varie et C_p stationnaire.

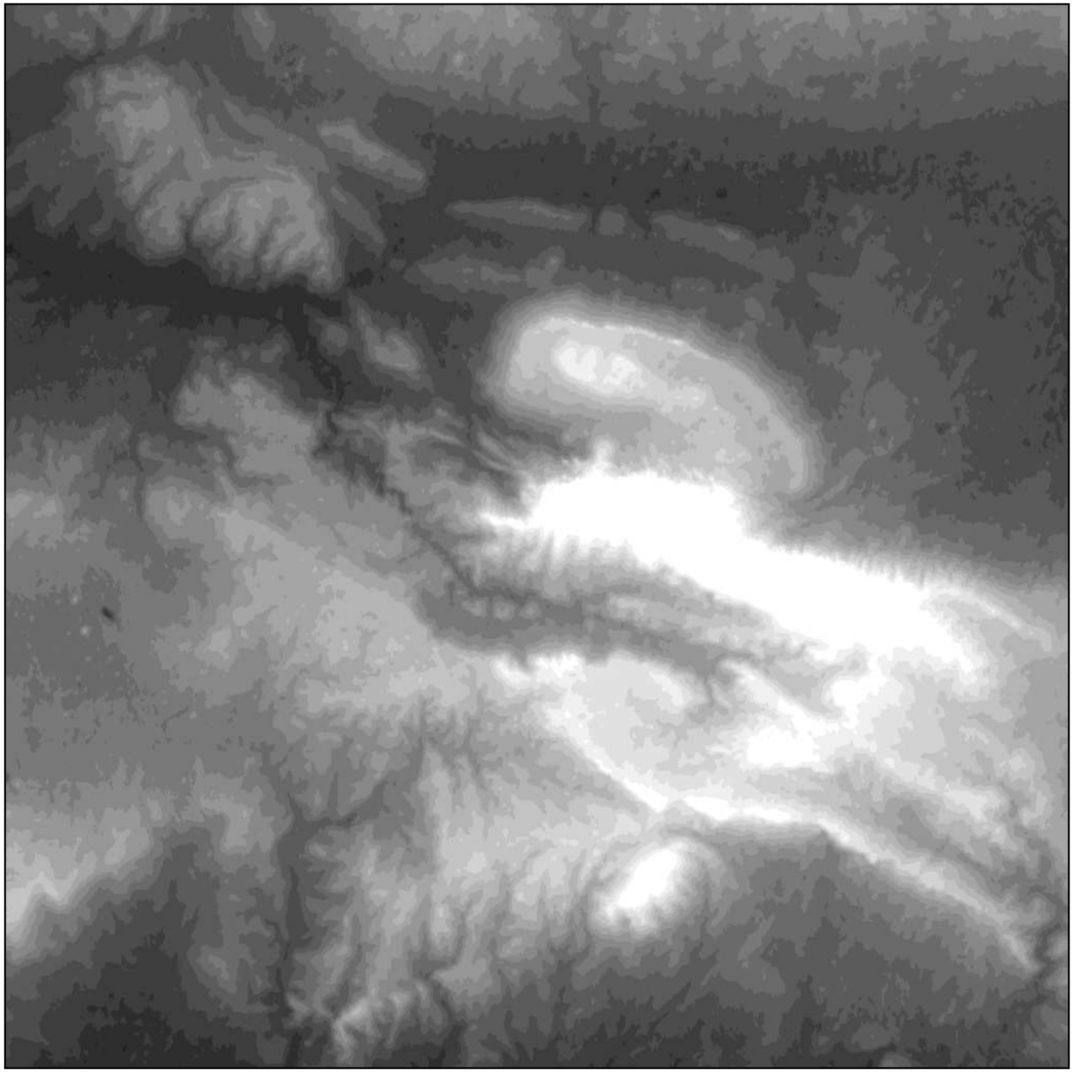
Modèle de disparité résiduelle : prendre $m_p = \hat{d}$ et modéliser le résidu par un champ de Markov.

Résultats

Cas d'étude

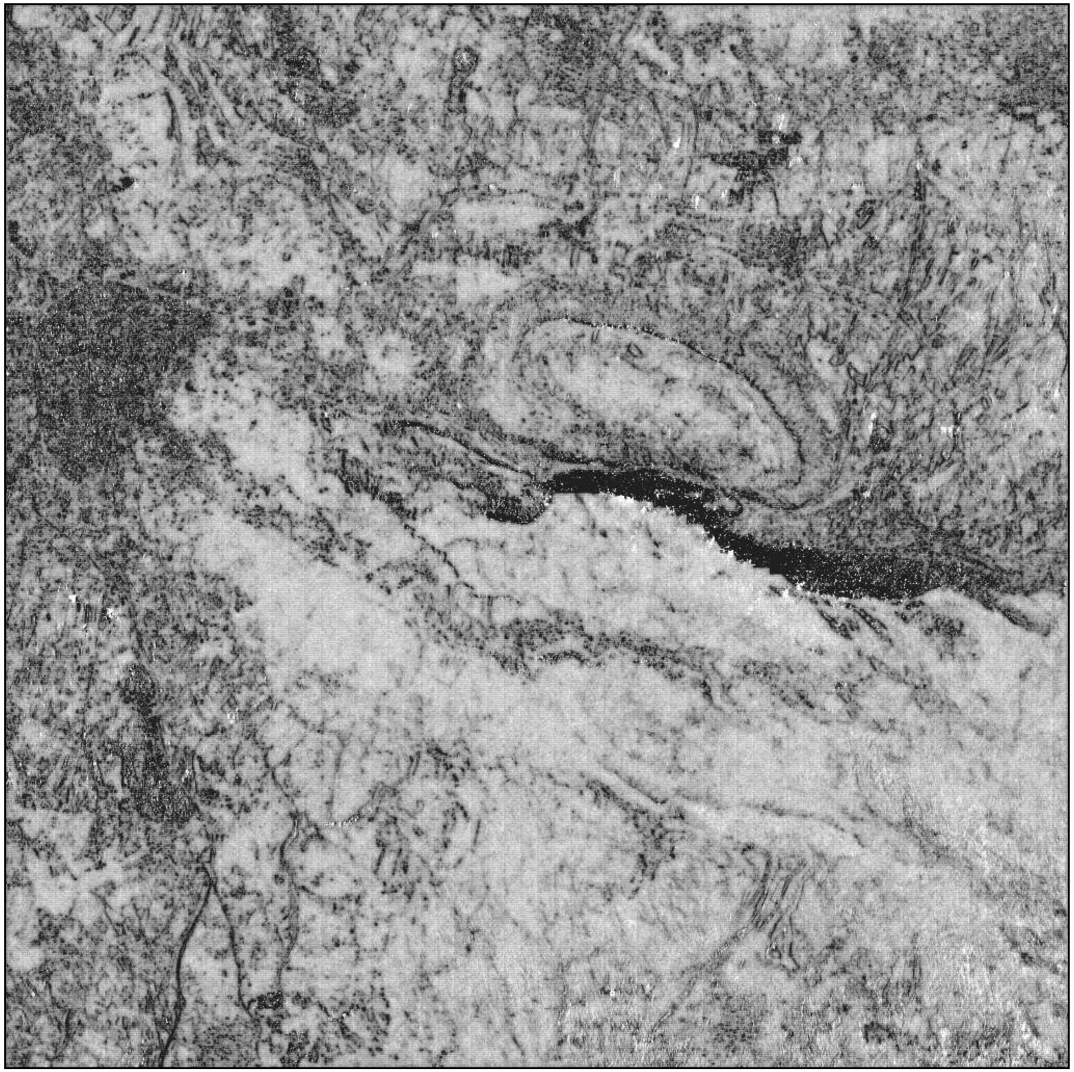
- couple stéréoscopique (taille 2048×2048) SPOT ,
- carte de disparité calculée par corrélation (taille 1024×1024) ,
- modèle *a priori* de disparité résiduelle, et modèle de vraisemblance GMF-0,
- 2000 simulations générées (taille 1024×1024, temps CPU : 16H) ,
- validation sur un extrait (taille 256×256) à partir d'une carte de disparité de référence (haute-résolution).

Statistiques globales



Moyenne des simulations.

Statistiques globales



Ecart type des simulations.

Vers une mesure de l'incertitude

But : à partir d'une estimation $\hat{d}$ de la disparité et d'un niveau d'erreur s, localiser les points pour lesquels l'erreur dépasse s.

Vers une mesure de l'incertitude

But : à partir d'une estimation $\hat{d}$ de la disparité et d'un niveau d'erreur s, localiser les points pour lesquels l'erreur dépasse s.

$\Rightarrow$ calculer pour chaque point (u, v) la probabilité :

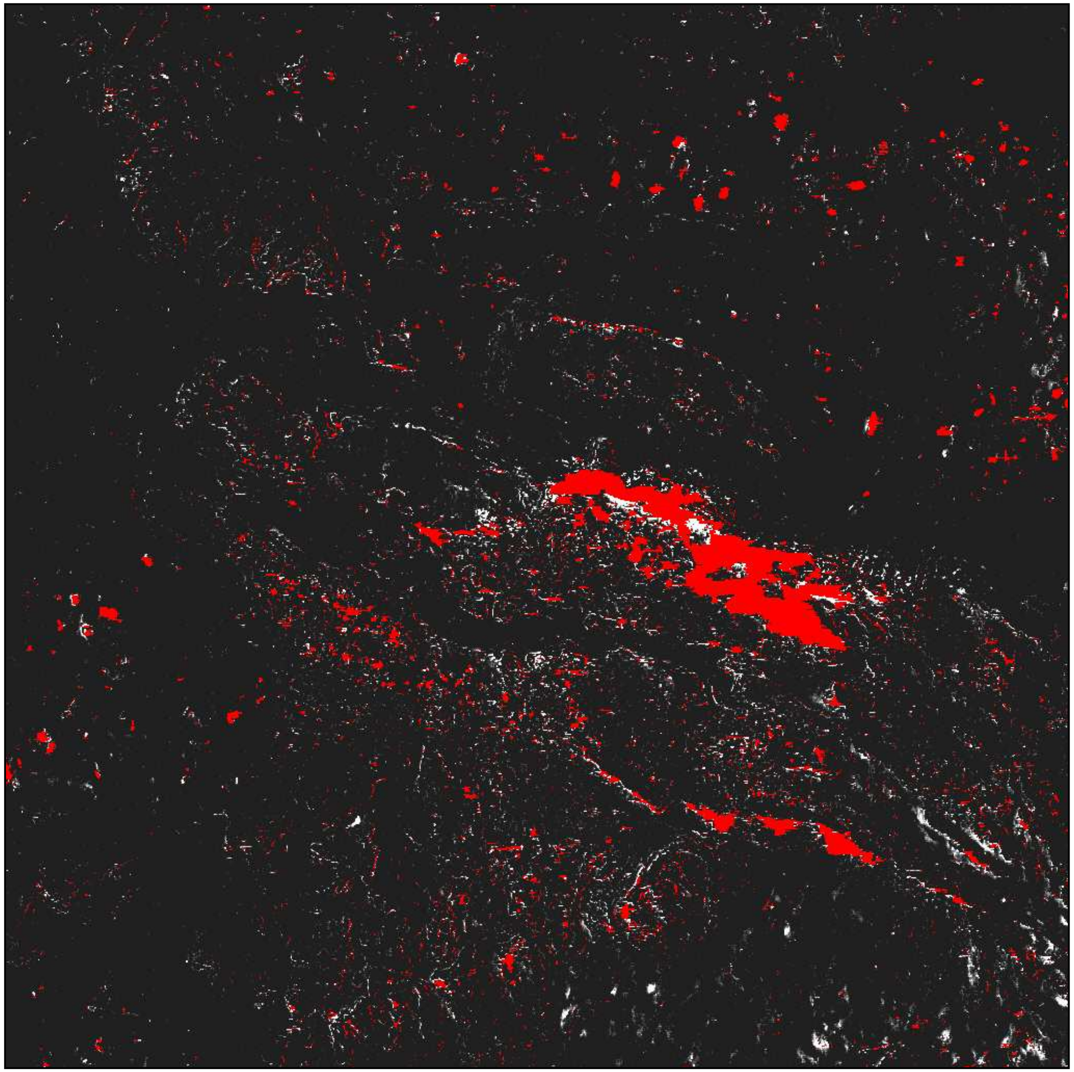
$$P\left(D - \hat{d} \geq s\right) \approx \frac{1}{m} \sum_{k=1}^{m} 1_{z_k - \hat{d} \geq s}, \; s \geq 0$$

Vers une mesure de l'incertitude

But : à partir d'une estimation $\hat{d}$ de la disparité et d'un niveau d'erreur s, localiser les points pour lesquels l'erreur dépasse s.

$\Rightarrow$ mesure de l'incertitude locale.

Probabilités ponctuelles de dépassement de seuil



Probabilité d'erreurs positives supérieures à 2 pixels.

Vers une mesure de l'incertitude

But : à partir d'une estimation $\hat{d}$ de la disparité et d'un niveau d'erreur s, localiser les points pour lesquels l'erreur dépasse s *n'importe où sur un domaine* T.

Vers une mesure de l'incertitude

But : à partir d'une estimation $\hat{d}$ de la disparité et d'un niveau d'erreur s, localiser les points pour lesquels l'erreur dépasse s *n'importe où sur un domaine* T.

$\Rightarrow$ calculer pour chaque domaine T la probabilité :

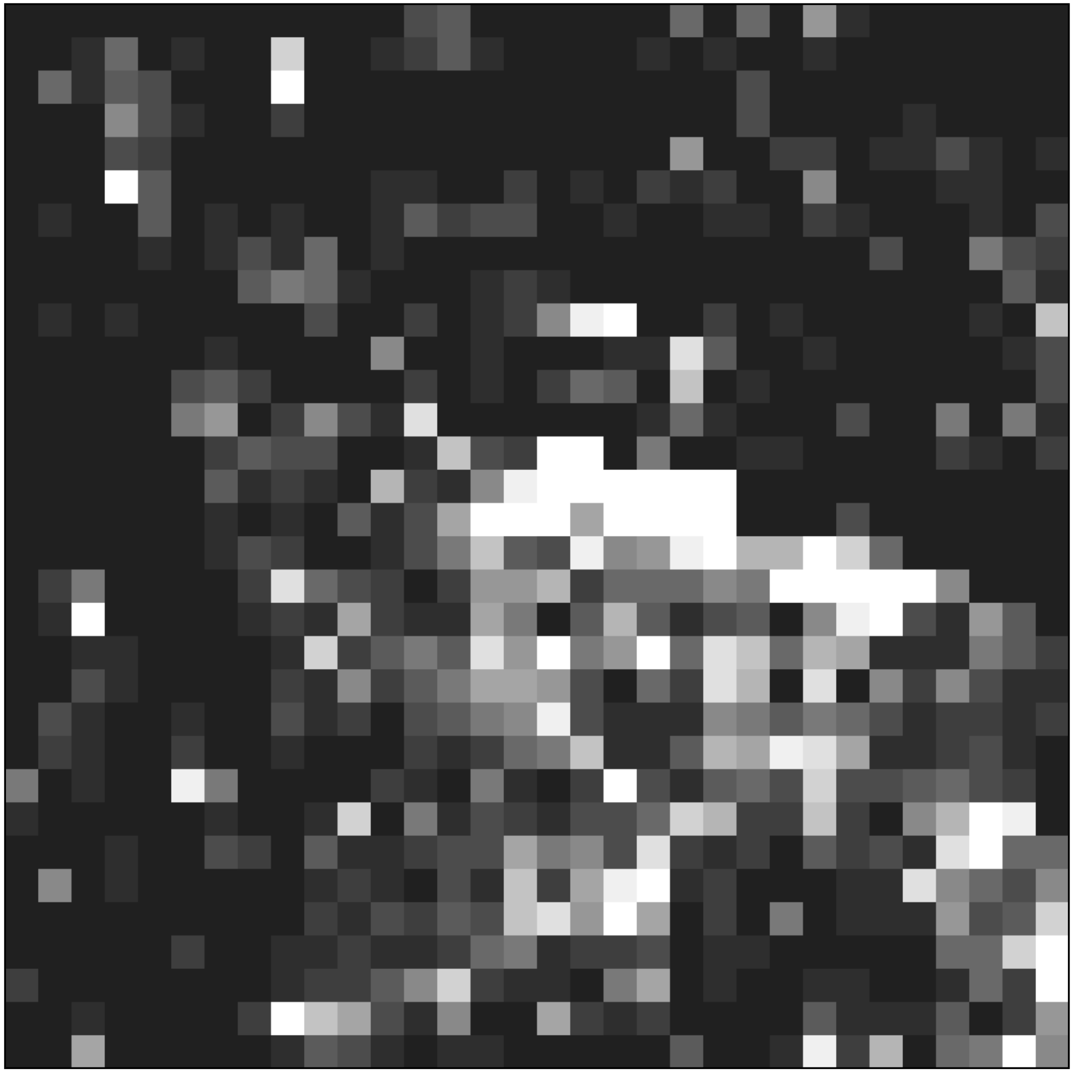
$$P\left((D-\hat{d})_T \geq s\right) \approx \frac{1}{m}\sum_{k=1}^{m} 1_{\max_T(z_k-\hat{d})\geq s},\ s \geq 0$$

Vers une mesure de l'incertitude

But : à partir d'une estimation $\hat{d}$ de la disparité et d'un niveau d'erreur s, localiser les points pour lesquels l'erreur dépasse s *n'importe où sur un domaine* T.

$\Rightarrow$ nécessite la connaissance de la distribution multi-variable (et non seulement marginale).

Probabilités sur un domaine de dépassement de seuil



Probabilité d'erreurs positives supérieures à 3 pixels.

Validation : Dépassement de seuil

a priori	stationnaire			dérive	
vraisemblance	GMF-0	GMF-1	MIXT	GMF-0	MIXT
$s = 2,\ \alpha = 10\%$	13.10	13.24	13.89	17.50	24.44
$s = -2,\ \alpha = 10\%$	8.87	8.47	7.84	25.00	40.32
$s = 2,\ \alpha = 5\%$	5.81	6.68	6.23	11.33	14.43
$s = -2,\ \alpha = 5\%$	5.73	5.99	5.10	19.07	27.27

$\%$ de points erronnés en fonction du seuil s et du risque α.

Validation : Limites de confiance

a priori	stationnaire			dérive	
vraisemblance	GMF-0	GMF-1	MIXT	GMF-0	MIXT
$[d_{\text{inf}}, +\infty[$ (0.05)	0.23	0.38	0.08	0.57	0.08
$]-\infty, d_{\text{sup}}]$ (0.05)	0.69	0.83	0.57	0.12	0.03
$[d_{\text{inf}}, d_{\text{sup}}]$ (0.1)	0.92	1.22	0.66	0.69	0.11

Risques (en %) associés aux limites de confiance.

Estimation des paramètres du modèle

Point de vue bayésien

Prendre en compte l'incertitude sur les paramètres en les randomisant.
$\Rightarrow$ simulation conjointe des paramètres et de la disparité.

Point de vue bayésien

Prendre en compte l'incertitude sur les paramètres en les randomisant.
$\Rightarrow$ simulation conjointe des paramètres et de la disparité.

Le modèle (hiérarchique) à simuler devient :

$$\pi_{D,\Theta_p,\Theta_l}(d,\theta_p,\theta_l|y) \propto L(y|d,\theta_l)\pi_D(d|\theta_p)\pi_{\Theta_p}(\theta_p)\pi_{\Theta_l}(\theta_l)$$

Point de vue bayésien

Prendre en compte l'incertitude sur les paramètres en les randomisant.
$\Rightarrow$ simulation conjointe des paramètres et de la disparité.

Le modèle (hiérarchique) à simuler devient :

$$\pi_{D,\Theta_p,\Theta_l}(d,\theta_p,\theta_l|y) \propto L(y|d,\theta_l)\pi_D(d|\theta_p)\pi_{\Theta_p}(\theta_p)\pi_{\Theta_l}(\theta_l)$$

Simulation par l'échantillonneur de Gibbs :

1. $d|y,\theta_p,\theta_l \sim L(y|d,\theta_l)\pi_D(d|\theta_p)$,
2. $\theta_l|y,d \sim L(y|d,\theta_l)\pi_{\Theta_l}(\theta_l)$,
3. $\theta_p|d \sim \pi_D(d|\theta_p)\pi_{\Theta_p}(\theta_p)$,
4. retour en 1.

Algorithme EM stochastique

Approche similaire, où l'on substitue à l'étape de simulation de θ_l et θ_p une étape d'estimation par maximum de vraisemblance.

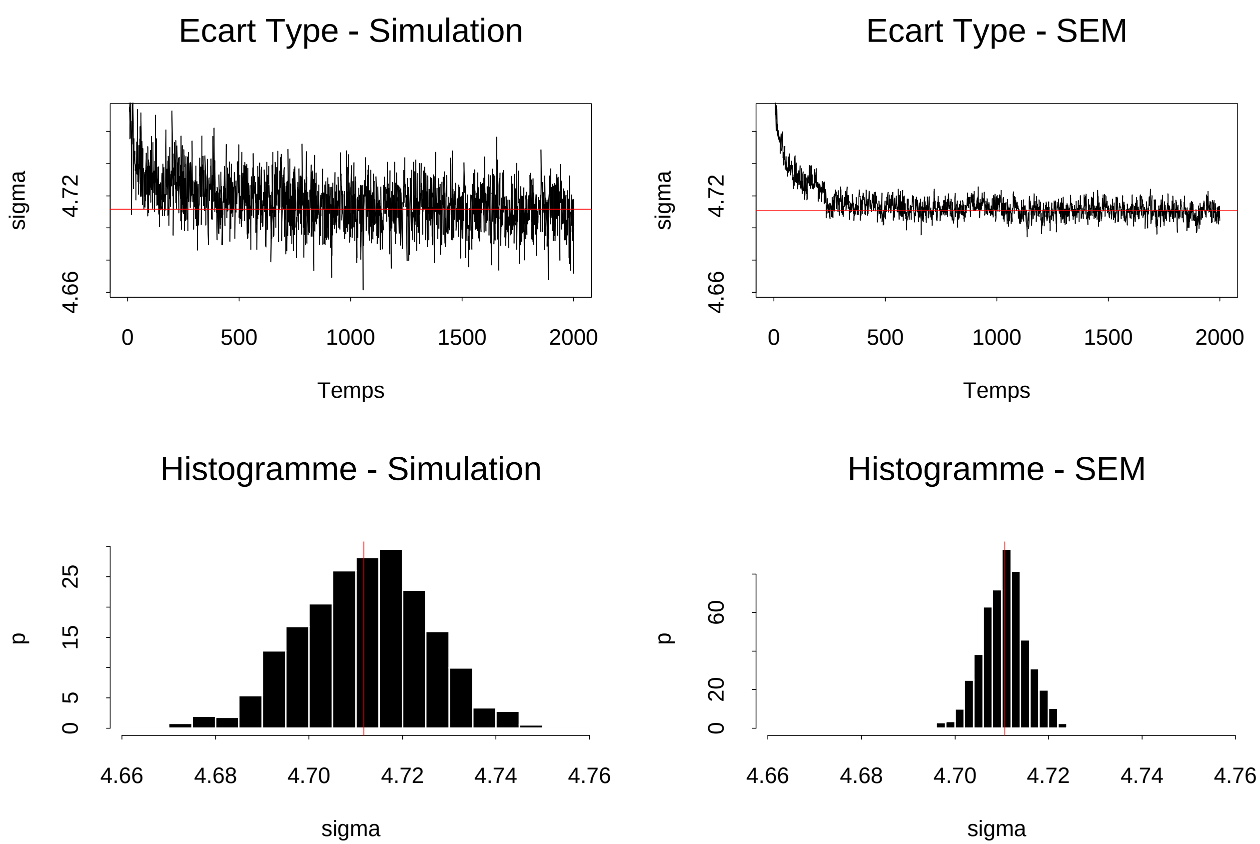
Algorithme EM stochastique

Approche similaire, où l'on substitue à l'étape de simulation de θ_l et θ_p une étape d'estimation par maximum de vraisemblance.

Algorithme SEM :

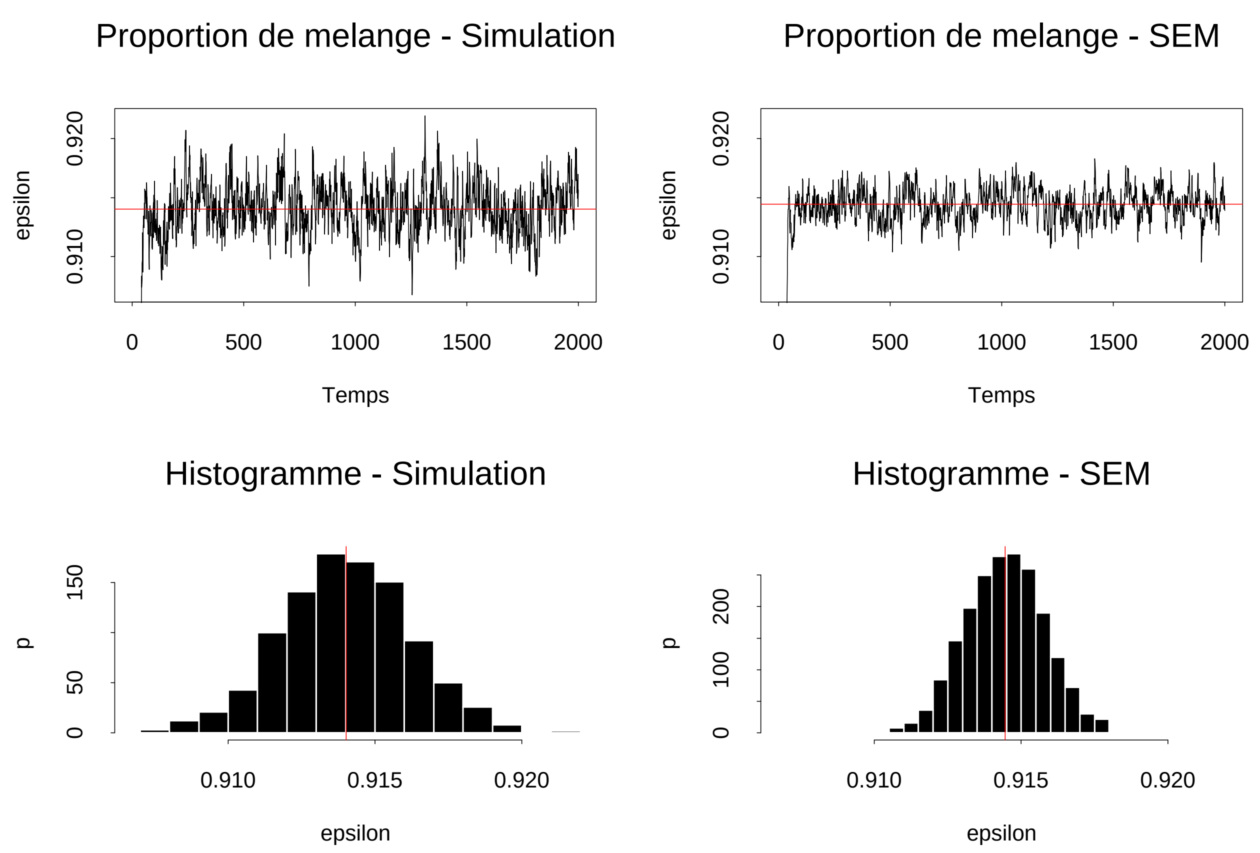
1. $d|y, \hat{\theta}_p, \hat{\theta}_l \sim L(y|d, \hat{\theta}_l)\pi_D(d|\hat{\theta}_p)$,
2. estimation par MLE : $\hat{\theta}_l = \arg\max_{\theta_l} L(y|d, \theta_l)$,
3. estimation par MLE : $\hat{\theta}_p = \arg\max_{\theta_p} \pi_D(d|\theta_p)$,
4. retour en 1.

Paramètres du modèle GMF-0



Estimation de l'écart type du modèle GMF-0 par simulation et algorithme SEM

Paramètres du modèle de mélange



Estimation du paramètre de mélange du modèle de mélange par simulation et algorithme SEM

Simulations spatiales par itérations markoviennes

Présentation du problème

Soit :

- $S = \{1, \ldots, n\}$ un ensemble fini de sites,
- Z un vecteur aléatoire défini sur S, à valeurs dans E, muni de la tribu $\mathcal{E}$.

Présentation du problème

Soit :

- $S = \{1, \ldots, n\}$ un ensemble fini de sites,
- Z un vecteur aléatoire défini sur S, à valeurs dans E, muni de la tribu $\mathcal{E}$.

On note :

- π la loi de Z,
- $\pi(z)$ la (densité de) probabilité de l'état z,
- $(z_1, \ldots, z_m)$ un m-échantillon de loi π.

Présentation du problème

Soit :

- $S = \{1, \dots, n\}$ un ensemble fini de sites,
- Z un vecteur aléatoire défini sur S, à valeurs dans E, muni de la tribu $\mathcal{E}$.

On note :

- π la loi de Z,
- $\pi(z)$ la (densité de) probabilité de l'état z,
- $(z_1, \dots, z_m)$ un m-échantillon de loi π.

$$\boxed{\text{Problème : simuler la loi } \pi}$$

Invariance et réversibilité d'une chaîne de Markov

Soit $\mathcal{Z} = (z_k)_{k \geq 0}$ une chaîne de Markov de noyau de transition K.
Condition nécessaire de convergence vers π : invariance de π sous K, soit :

$$\int_E \pi(z) K(z, A) dz = \pi(A), \quad \forall A \in \mathcal{E}$$

Invariance et réversibilité d'une chaîne de Markov

Soit $\mathcal{Z} = (z_k)_{k \geq 0}$ une chaîne de Markov de noyau de transition K.
Condition nécessaire de convergence vers π : invariance de π sous K, soit :

$$\int_E \pi(z) K(z, A) dz = \pi(A), \quad \forall A \in \mathcal{E}$$

Une condition suffisante d'invariance est la propriété de réversibilité :

$$\boxed{\pi(z) K(z, z') = \pi(z') K(z', z), \quad \forall z, z' \in E^2}$$

Metropolis-Hastings

Idée (Hastings, 1970) : construire un noyau de transition réversible pour π à partir d'un noyau (de proposition) $q(z, .)$.

Metropolis-Hastings

Idée (Hastings, 1970) : construire un noyau de transition réversible pour π à partir d'un noyau (de proposition) $q(z,.)$.

- proposition : on génère un nouvel état z' selon $q(z,z')$,
- acceptation : z' est accepté avec la probabilité $a(z,z')$.

Metropolis-Hastings

Idée (Hastings, 1970) : construire un noyau de transition réversible pour π à partir d'un noyau (de proposition) $q(z,.)$.

- proposition : on génère un nouvel état z' selon $q(z,z')$,
- acceptation : z' est accepté avec la probabilité $a(z,z')$.

Condition de réversibilité :

$$\pi(z)q(z,z')a(z,z') = \pi(z')q(z',z)a(z',z) \,\mathrm{si}\, z' \neq z$$

Metropolis-Hastings

Idée (Hastings, 1970) : construire un noyau de transition réversible pour π à partir d'un noyau (de proposition) $q(z,.)$.

- proposition : on génère un nouvel état z' selon $q(z,z')$,
- acceptation : z' est accepté avec la probabilité $a(z,z')$.

Condition de réversibilité :

$$\pi(z)q(z,z')a(z,z') = \pi(z')q(z',z)a(z',z) \text{ si } z' \neq z$$

- dynamique de Barker : $a(z,z') = \frac{\pi(z')q(z',z)}{\pi(z)q(z,z')+\pi(z')q(z',z)}$
- dynamique de Metropolis : $a(z,z') = \min\left(1, \frac{\pi(z')q(z',z)}{\pi(z)q(z,z')}\right)$

Metropolis-Hastings Multiple

Soit un entier p fixé. Un noyau de transition multiple ("échangeable") sur $\mathrm{E}^p \times E$ est une application $q(.|.)$ telle que :

$$q(z'_1, \ldots, z'_p|z) = q(z'_{\sigma(1)}, \ldots, z'_{\sigma(p)}|z)$$

pour toute permutation σ de $\{1, \ldots, p\}$.

Metropolis-Hastings Multiple

Soit un entier p fixé. Un noyau de transition multiple ("échangeable") sur $\mathrm{E}^p \times E$ est une application $q(.|.)$ telle que :

$$q(z'_1, \dots, z'_p|z) = q(z'_{\sigma(1)}, \dots, z'_{\sigma(p)}|z)$$

pour toute permutation σ de $\{1, \dots, p\}$.

Algorithme :

- proposition : on génère un ensemble $(z'_1, \dots, z'_p)$ selon $q(z'_1, \dots, z'_p|z)$,
- acceptation : $z' = z'_i$ avec la probabilité $a(z, z'_i)$, et $z' = z$ avec la probabilité $1 - \sum_{i=1}^p a(z, z'_i)$.

Choix de la probabilité d'acceptation

Généralisation de la dynamique de Barker :

$$a(z, z'_i) = \frac{\pi(z'_i) q(z'^i, z | z'_i)}{\sum_{j=1}^{p} \pi(z'_j) q(z'^j, z | z'_j) + \pi(z) q(z'_1, \ldots, z'_p | z)}, \quad i = 1, p$$

Choix de la probabilité d’acceptation

Généralisation de la dynamique de Barker :

$$a(z, z_i') = \frac{\pi(z_i')q(z'^i, z|z_i')}{\sum_{j=1}^{p} \pi(z_j')q(z'^j, z|z_j') + \pi(z)q(z_1', \ldots, z_p'|z)}, \qquad i = 1, p$$

Propriété: *Le noyau de transition généré par un noyau multiple associé à la dynamique de Barker généralisée est π-réversible.*

Le cas gaussien

On utilise comme loi auxiliaire la loi gaussienne ϕ.

Le cas gaussien

On utilise comme loi auxiliaire la loi gaussienne ϕ.

Algorithme :

1. on simule w selon ϕ, indépendamment de z,
2. chaque état z'_i est généré par la combinaison linéaire :

$$z'_i = z\cos\theta_i + w\sin\theta_i, \quad \theta_i \in [0, 2\pi[, \quad i = 1, p.$$

3. acceptation : $a(z, z'_i) = \frac{r(z'_i)}{\sum_{j=0}^{p} r(z'_j)}, \quad r(z) = \frac{\pi(z)}{\phi(z)}$

Le cas gaussien

On utilise comme loi auxiliaire la loi gaussienne ϕ.

Algorithme :

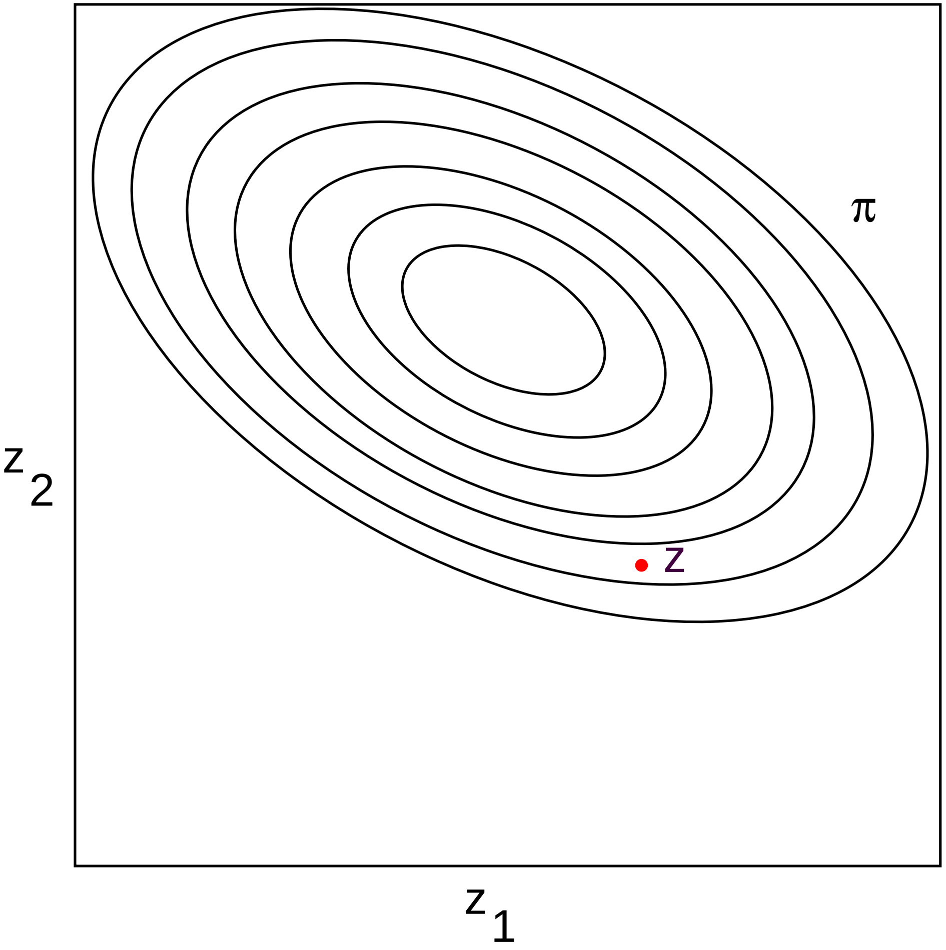
1. on simule w selon ϕ, indépendamment de z,
2. chaque état z_i' est généré par la combinaison linéaire :

$$z_i' = z\cos\theta_i + w\sin\theta_i, \quad \theta_i \in [0, 2\pi[, \quad i = 1, p.$$

3. acceptation : $a(z, z_i') = \frac{r(z_i')}{\sum_{j=0}^{p} r(z_j')}, \quad r(z) = \frac{\pi(z)}{\phi(z)}$

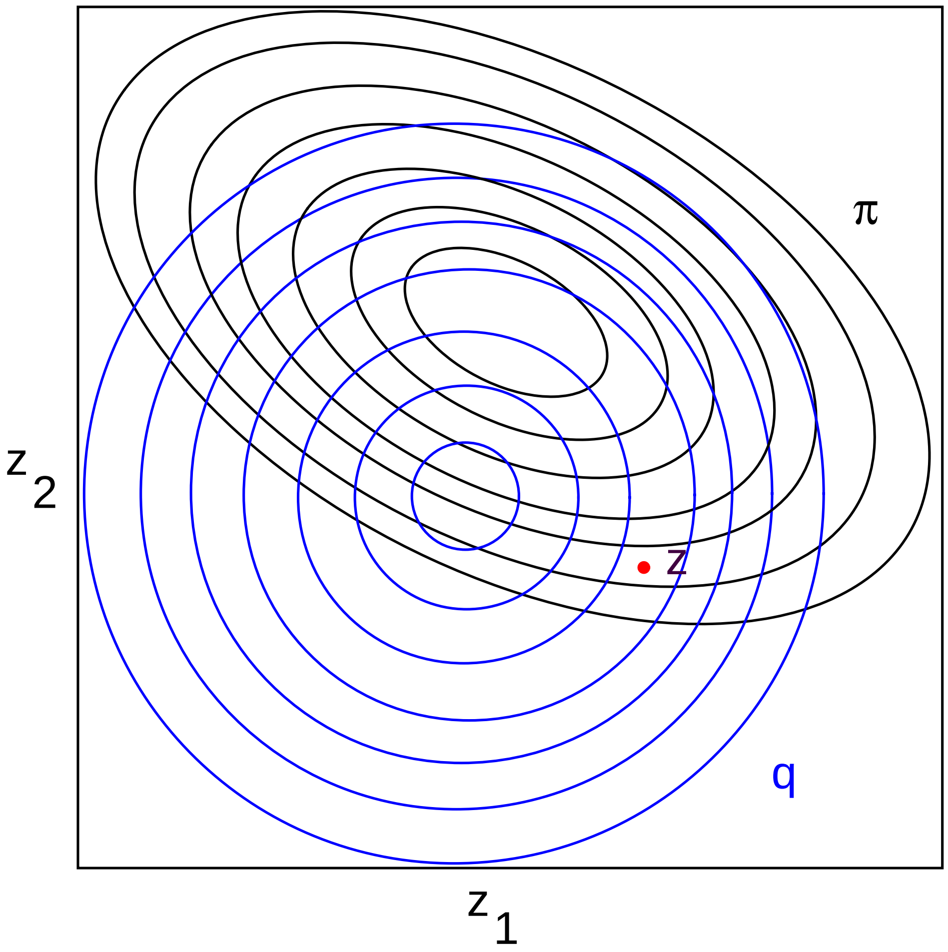
Propriété: *Le noyau multiple gaussien avec $\theta_i = i\frac{2\pi}{p+1}$ vérifie la relation de π-multi-réversibilité.*

Transition



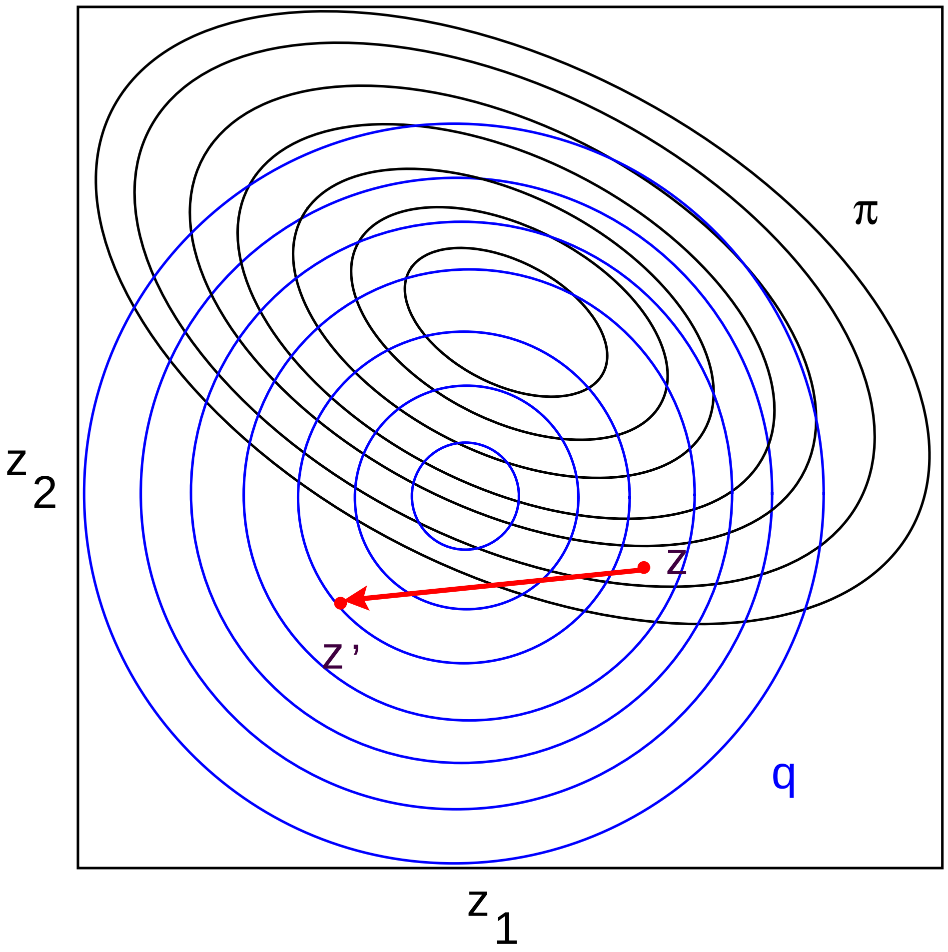
Loi cible bivariable π et état courant z.

Transition



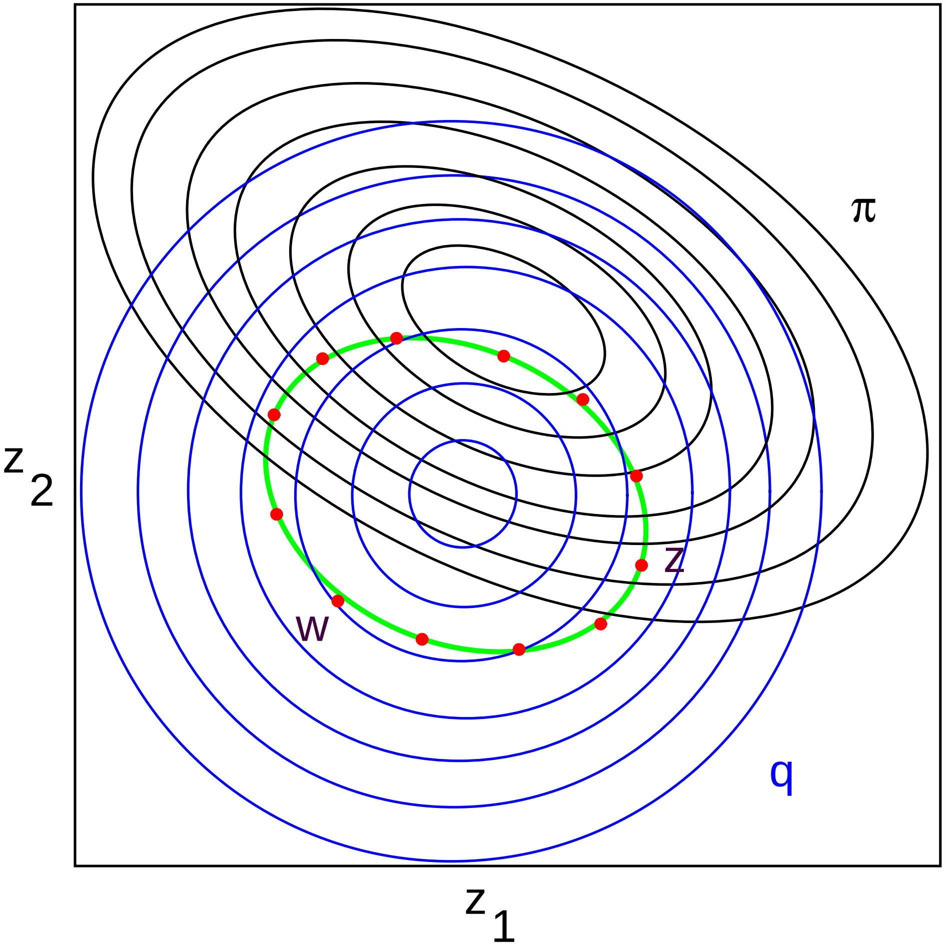
Utilisation d'un noyau de transition q.

Transition



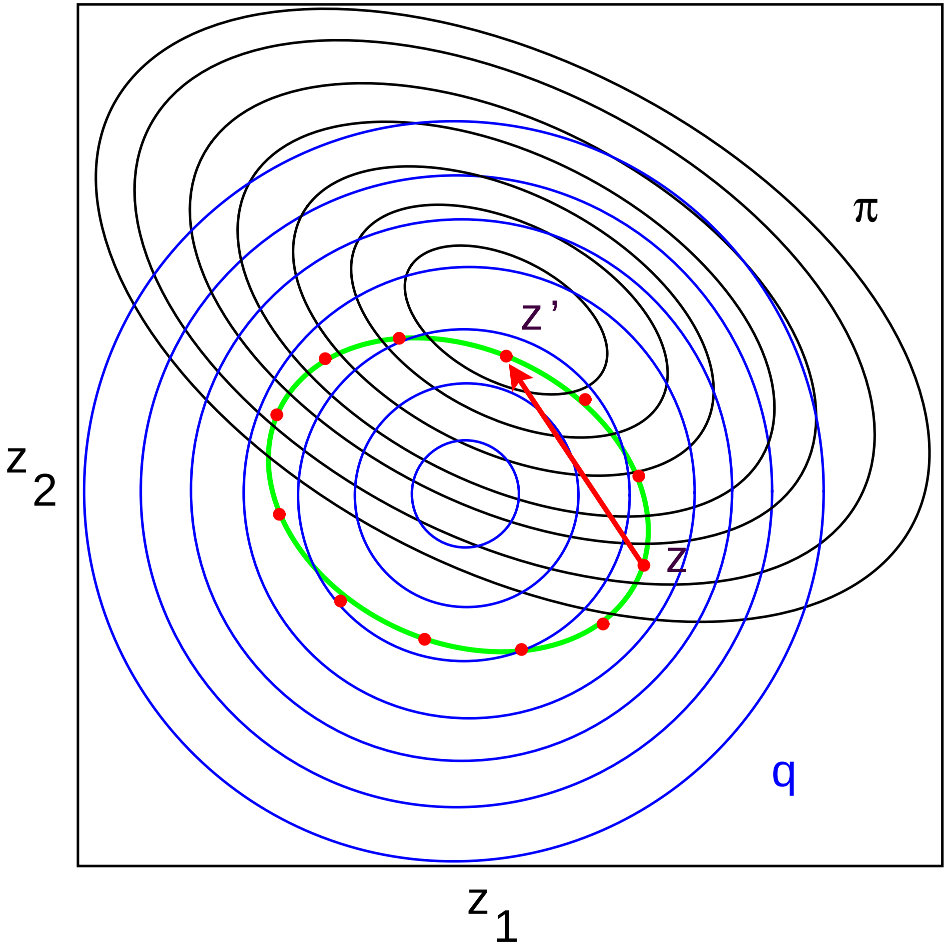
Proposition d'une transition vers z' (MH).

Transition



Construction d'un ensemble de transitions.

Transition



Proposition d'un transition vers z' (MMH).

Liens avec d'autres algorithmes

- Sur-relaxation (Barone, 1990, Green, 1992, Galli, 2001) : simulation d'une loi gaussienne selon la transition :

$$z' \sim \phi\left(\frac{z' - \omega z}{\sqrt{1-\omega^2}}\right), \quad \omega \in [-1, 1]$$

  Cette transition est toujours acceptée dans Metropolis, quel que soit ω.

Liens avec d’autres algorithmes

- Sur-relaxation (Barone, 1990, Green, 1992, Galli, 2001) : simulation d’une loi gaussienne selon la transition :

$$z' \sim \phi\left(\frac{z' - \omega z}{\sqrt{1-\omega^2}}\right), \quad \omega \in [-1, 1]$$

  Cette transition est toujours acceptée dans Metropolis, quel que soit ω.

- Déformation graduelle (Hu, 2000) : choix du paramètre θ dans $z' = z\cos\theta + w\sin\theta$ qui minimise une fonction de coût donnée.

Conclusion et Perspectives

Modélisation stochastique

Proposition et comparaison de différents modèles :

- relative robustesse vis-à-vis du modèle de vraisemblance,
- limites de l'hypothèse stationnaire, intérêt pratique du modèle de disparité résiduelle.

Modélisation stochastique

Proposition et comparaison de différents modèles :

- relative robustesse vis-à-vis du modèle de vraisemblance,
- limites de l'hypothèse stationnaire, intérêt pratique du modèle de disparité résiduelle.

Limites :

- grande subjectivité et influence du modèle *a priori* (et donc validation indispensable),
- quel estimateur pour les paramètres (Descombes *et al*, 1999, Hurn *et al*, 2002) ?

Modélisation stochastique

Proposition et comparaison de différents modèles :

- relative robustesse vis-à-vis du modèle de vraisemblance,
- limites de l'hypothèse stationnaire, intérêt pratique du modèle de disparité résiduelle.

Développements :

- passer de modèles de bas-niveau (niveau de gris) à des modèles de haut-niveau (objets stochastiques),
- généralisation à d'autres systèmes stéréoscopiques (haute résolution),
- modélisation plus fine du système : occlusions, intensité résiduelle,...

Algorithmes de simulation par chaînes de Markov

Metropolis-Hastings multiple :

- extension de l'algorithme de Metropolis-Hastings,
- cas gaussien d'un grand intérêt pratique.

Algorithmes de simulation par chaînes de Markov

Metropolis-Hastings multiple :

- extension de l'algorithme de Metropolis-Hastings,
- cas gaussien d'un grand intérêt pratique.

Développement :

- comparaison avec l'algorithme de sur-relaxation,
- influence et choix de la dimension de l'échantillonneur,
- généralisation de la dynamique de Metropolis ?
- propriétés de convergence...

Approche générale

Formulation du problème en termes :

- de distribution *a posteriori* (l'objet),
- d'intégrales de Monte Carlo (la propriété),
- d'algorithmes d'échantillonnage (l'outil).

Approche générale

Formulation du problème en termes :

- de distribution *a posteriori* (l'objet),
- d'intégrales de Monte Carlo (la propriété),
- d'algorithmes d'échantillonnage (l'outil).

Perspectives :

- approche applicable à tout problème inverse,
- étude plus fine via la distribution,
- besoin d'algorithmes de simulation performants.

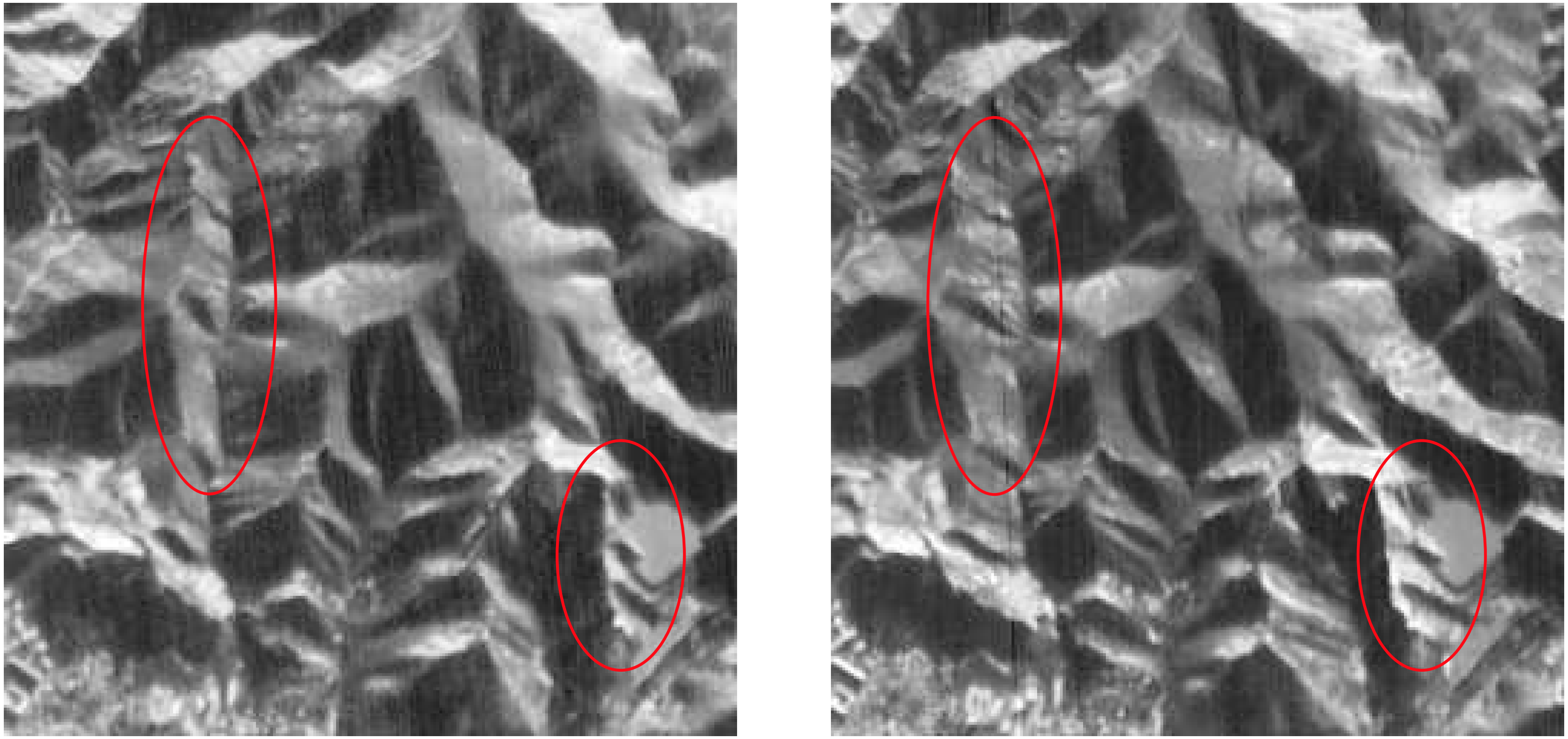
Merci !

Appendix

Différences radiométriques importantes

Exemples de différence radiométrique importante due au changement de la scène (diachronisme), ici dans le cas de champs.

Déformations géométriques, ombres



Exemples de déformations géométriques importantes, ici dans une région montagneuse. A noter également la présence d'ombres dues au relief.

Modèle de vraisemblance

Modèle de formation d'images (sous hypothèse lambertienne) :

$$\begin{aligned} I_1(u,v) &= \psi\left(I(x,y,z) \star \zeta\right) + \eta_1(u,v) \\ I_2(u+d(u,v),v) &= \psi\left(I(x,y,z) \star \zeta\right) + \eta_2(u+d(u,v),v) \end{aligned}$$

Modèle de vraisemblance

Modèle de formation d'images (sous hypothèse lambertienne) :

$$\begin{aligned} I_1(u,v) &= \psi\left(I(x,y,z) \star \zeta\right) + \eta_1(u,v) \\ I_2(u+d(u,v),v) &= \psi\left(I(x,y,z) \star \zeta\right) + \eta_2(u+d(u,v),v) \end{aligned}$$

On définit alors l'intensité résiduelle :

$$\eta_{u,v} = I_1(u,v) - I_2(u+d(u,v),v)$$

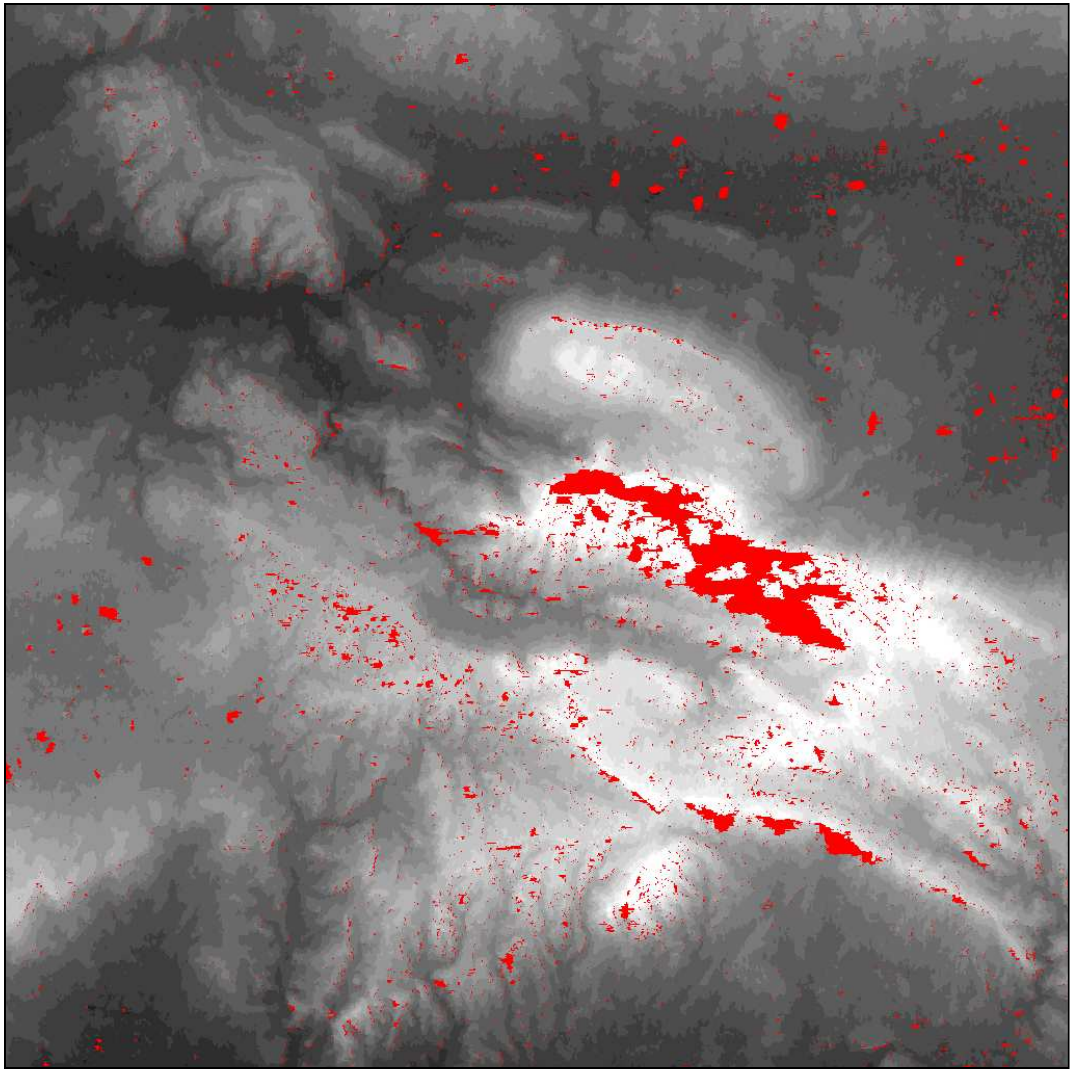
Choisir un modèle de vraisemblance revient à modéliser l'intensité résiduelle η.

Champ de Markov d'ordre 1

$$
\mathrm{C}_l^{-1} = \begin{pmatrix}
2 & -\rho & & & & -\rho & & & & & & & \\
-\rho & 3 & -\rho & & & & -\rho & & & & & & \\
 & \ddots & \ddots & \ddots & & & & \ddots & & & & & \\
 & & -\rho & 3 & -\rho & & & & -\rho & & & & \\
 & & & -\rho & 2 & 0 & & & & -\rho & & & \\
-\rho & & & & 0 & 3 & -\rho & & & & -\rho & & \\
 & -\rho & & & & -\rho & 4 & -\rho & & & & -\rho & \\
 & & \ddots & & & & \ddots & \ddots & \ddots & & & & \ddots
\end{pmatrix}
$$

Matrice de précision

Disparité calculée par corrélation



Carte de disparité du couple d'Aix-Marseille.

Image SPOT

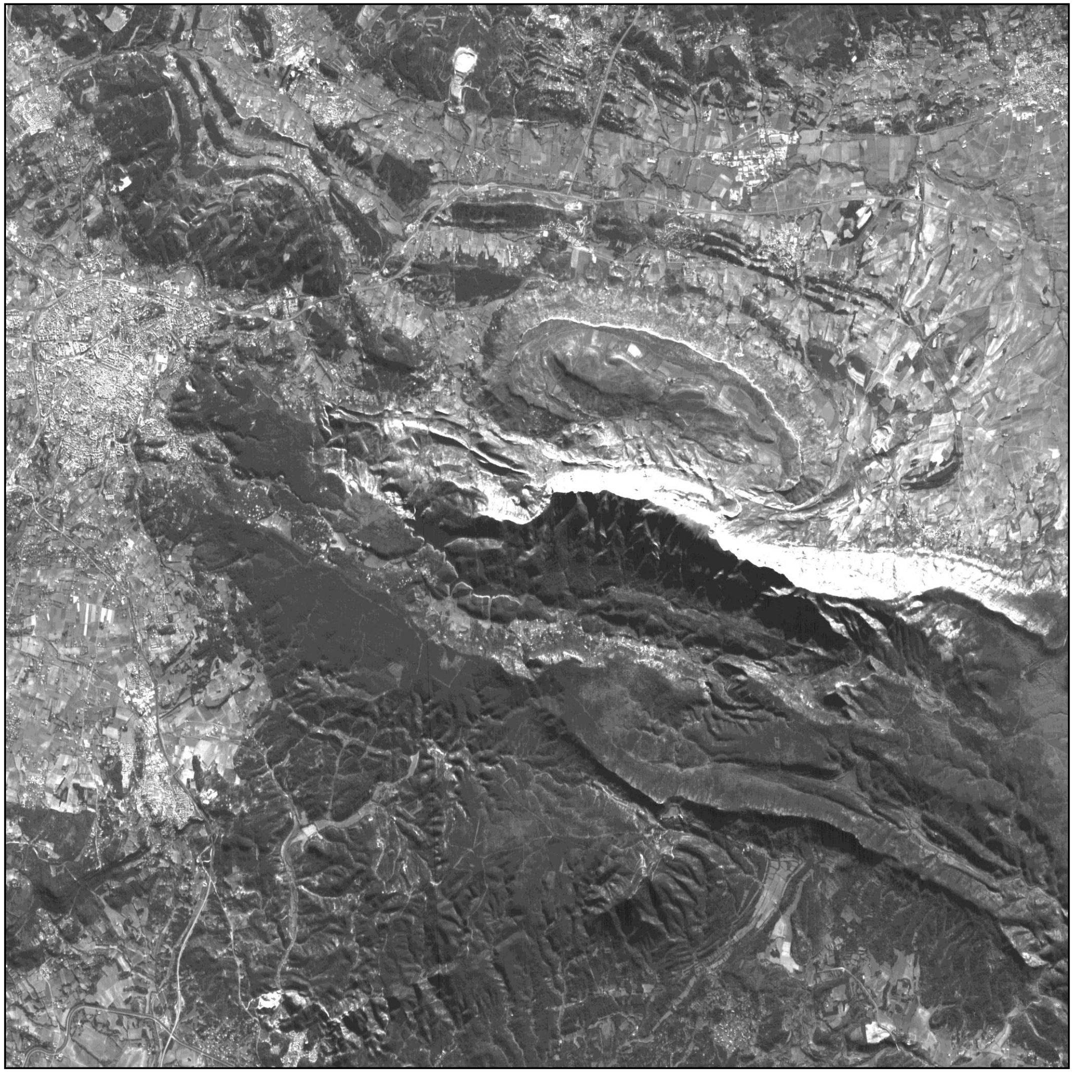
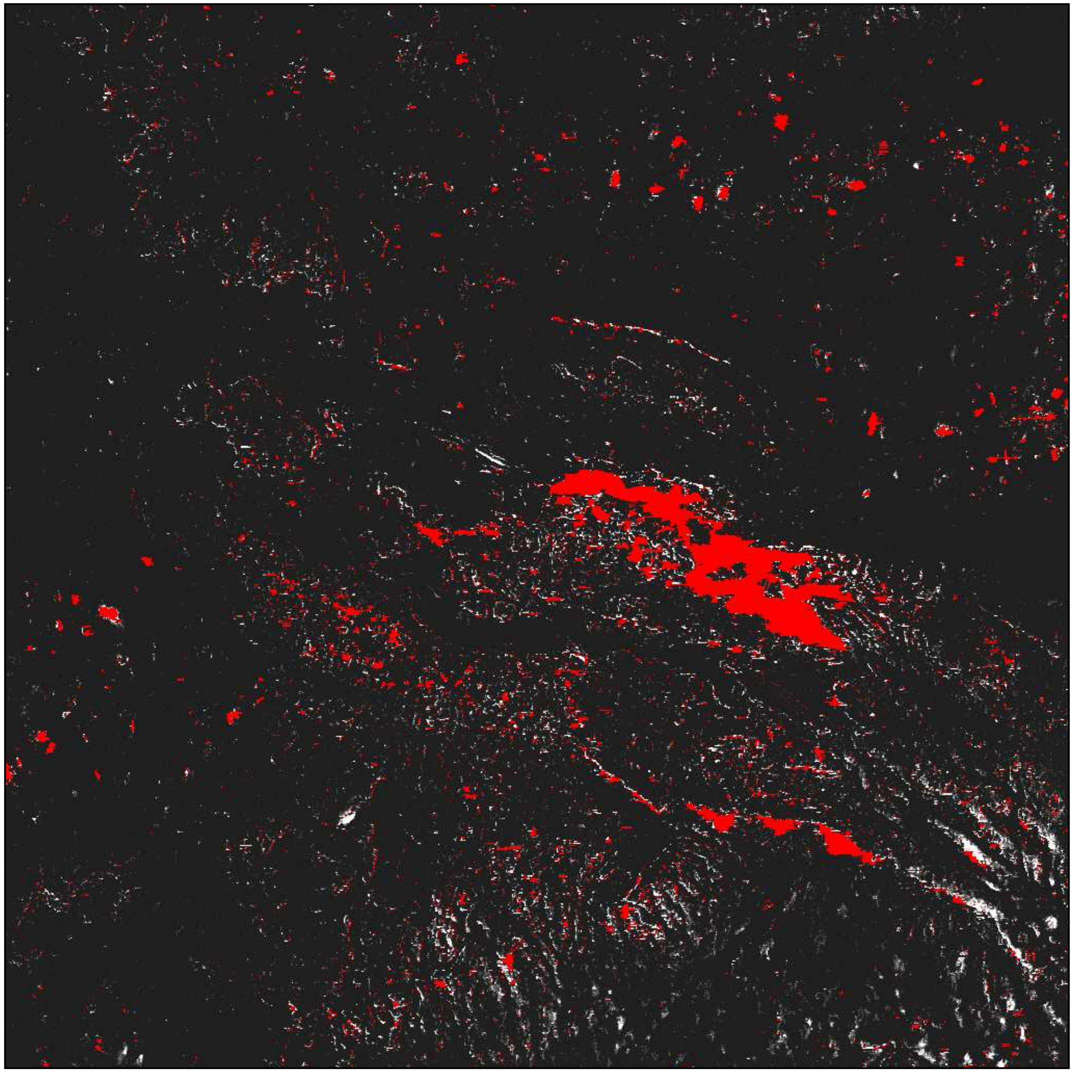


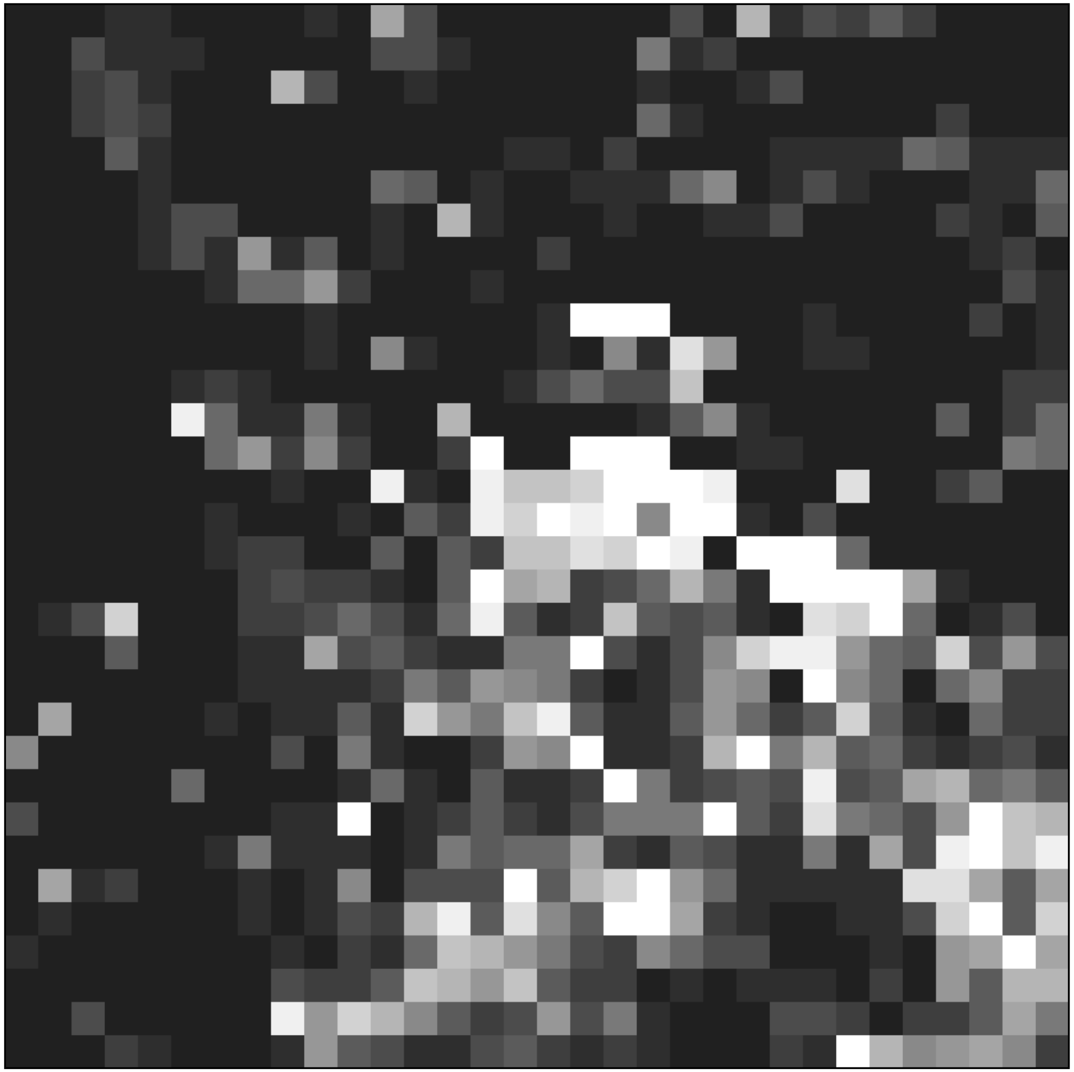
Image gauche du couple d'Aix-Marseille.

Probabilités ponctuelles de dépassement de seuil



Probabilité d'erreurs négatives supérieures à 2 pixels.

Probabilités sur un domaine de dépassement de seuil

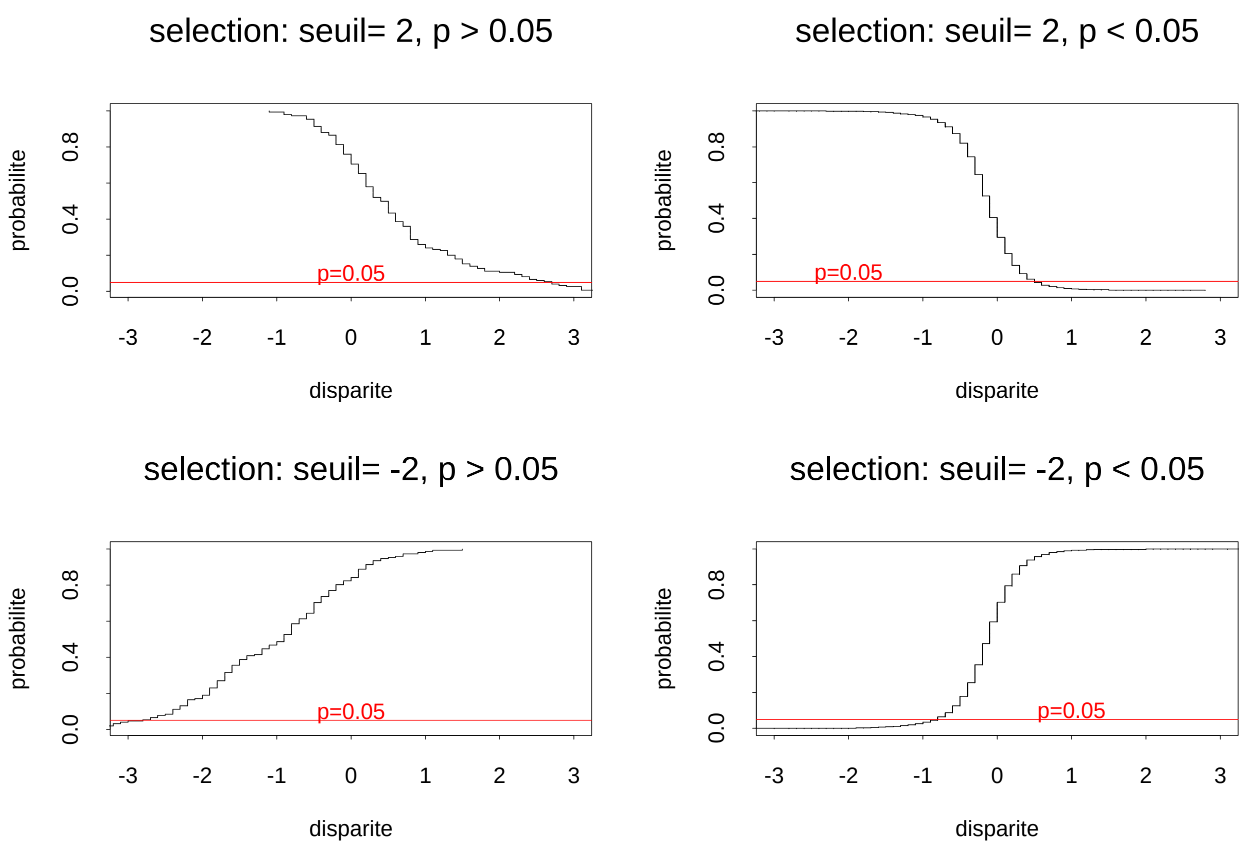


Probabilité d'erreurs négatives supérieures à 3 pixels.

Probabilités sur un domaine de dépassement de seuil

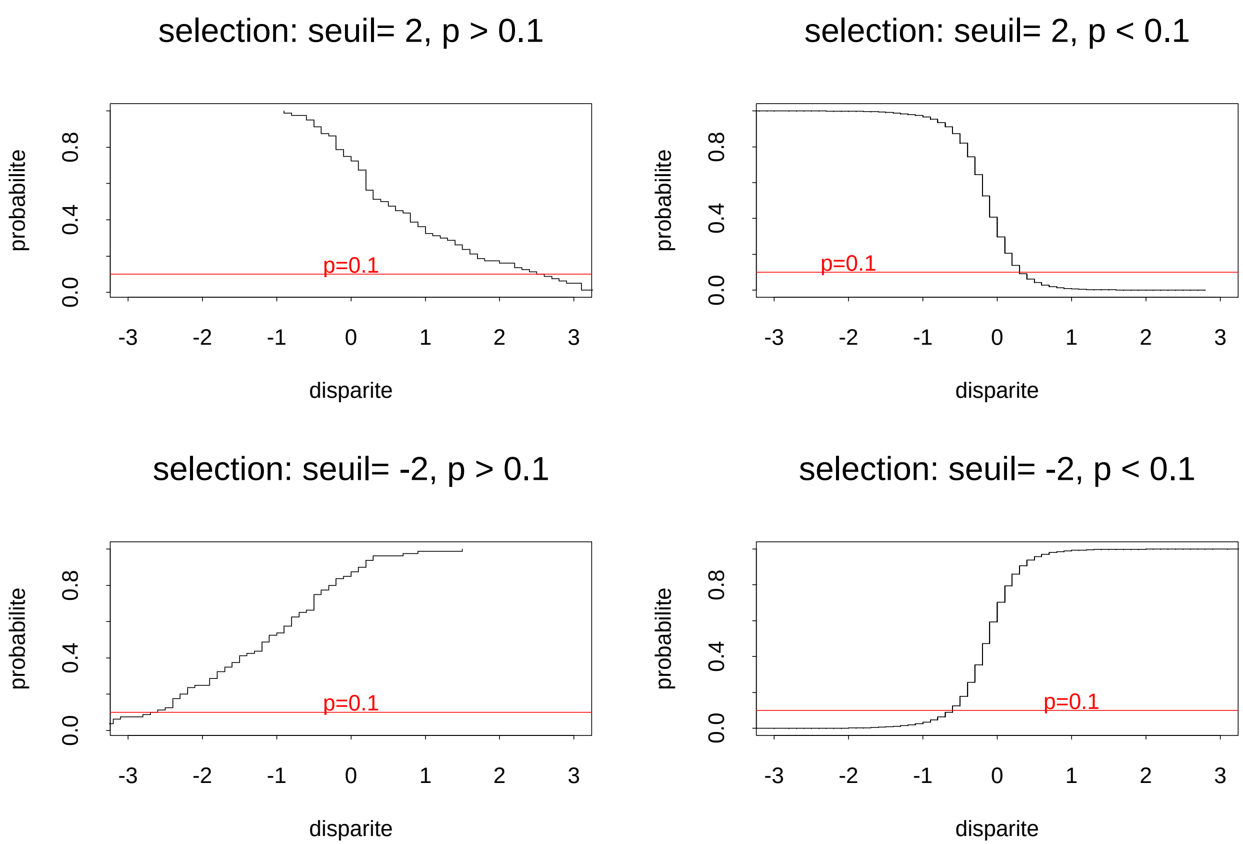
a priori	stationnaire			dérive	
vraisemblance	GMF-0	GMF-1	MIXT	GMF-0	MIXT
biais	0.140	0.141	0.130	0.141	0.134
écart quad. moy.	0.273	0.265	0.273	0.163	0.147

Validation



Fonctions de répartition expérimentales pour les seuils 2 et -2 pixels et un risque de 5%.

Validation



Fonctions de répartition expérimentales pour les seuils 2 et -2 pixels et un risque de 10%.

Approche empirique

Difficulé : l'information disponible (le couple stéréoscopique Y) ne permet pas d'estimer directement les paramètres du modèle.

Approche empirique

Difficulé : l'information disponible (le couple stéréoscopique Y) ne permet pas d'estimer directement les paramètres du modèle.

Idée : utiliser la carte de disparité estimée $\hat{d}$.

- modèle *a priori* (stationnaire) : les paramètres θ_p sont inférés manuellement (étude variographique),
- modèle de vraisemblance : les paramètres θ_l sont estimés par maximum de vraisemblance (ou pseudo-vraisemblance (Besag, 1974)).

Approche empirique

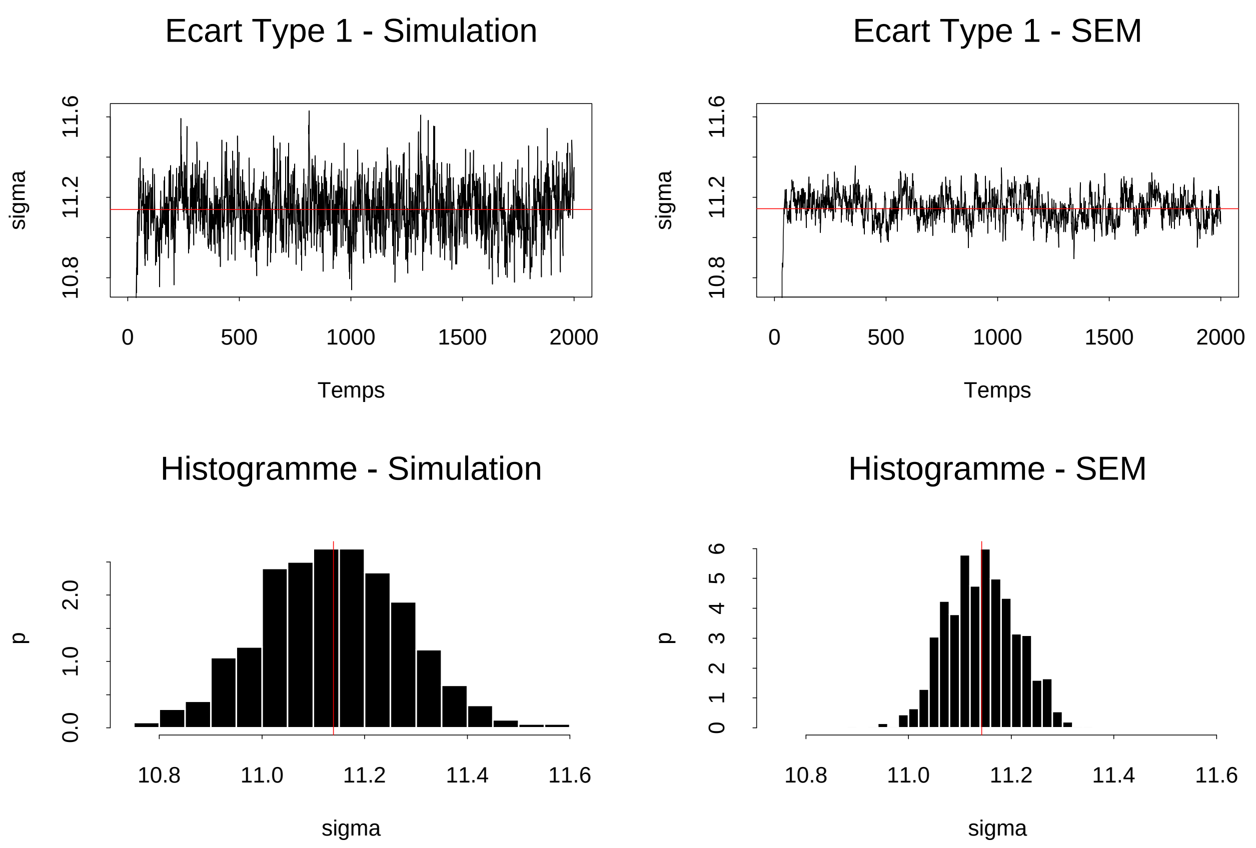
Difficulé : l'information disponible (le couple stéréoscopique Y) ne permet pas d'estimer directement les paramètres du modèle.

Idée : utiliser la carte de disparité estimée $\hat{d}$.

- modèle *a priori* (stationnaire) : les paramètres θ_p sont inférés manuellement (étude variographique),
- modèle de vraisemblance : les paramètres θ_l sont estimés par maximum de vraisemblance (ou pseudo-vraisemblance (Besag, 1974)).

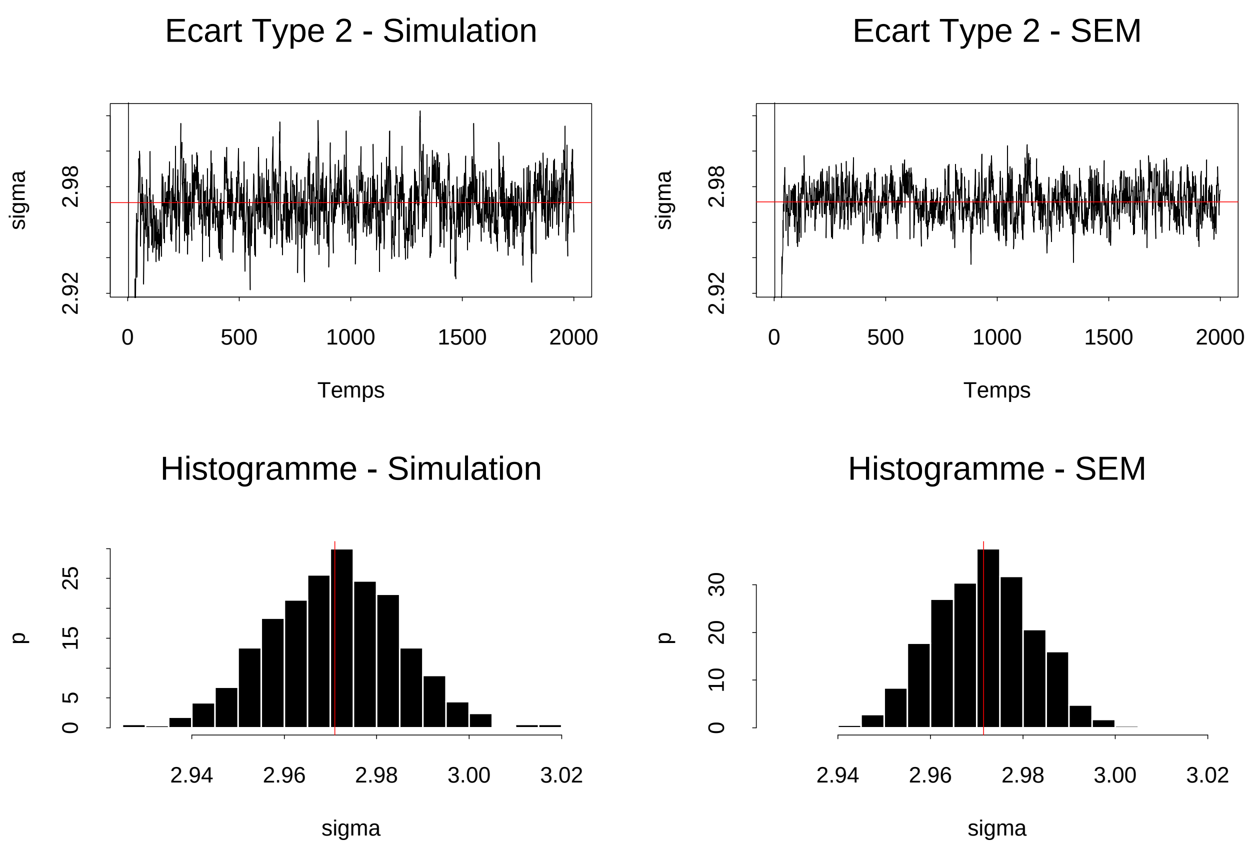
Limites : $\hat{d}$ n'est qu'une estimation de d, possibilité de biais.

Paramètres du modèle de mélange



Estimation de l'écart type 1 du modèle de mélange par simulation et algorithme SEM

Paramètres du modèle de mélange



Estimation de l'écart type 2 du modèle de mélange par simulation et algorithme SEM