

École doctorale n°432 : Sciences des métiers de l'ingénieur

Doctorat ParisTech

T H È S E

pour obtenir le grade de docteur délivré par

l'École nationale supérieure des mines de Paris

Spécialité « Géostatistique »

présentée et soutenue publiquement par

Chadia ZAYANE

le 11 janvier 2011

**Identification d'un modèle de comportement thermique
de bâtiment à partir de sa courbe de charge**

Directeur de thèse : **Christian LAJAUNIE**
Co-encadrement de la thèse : **Laurent PRALY**

Jury

Mme Elena PALOMO, Professeur, TREFLE, Univ. de Bordeaux
M. Eric WALTER, Directeur de recherche, L2S, CNRS
M. Alexandre GIRARD, Ingénieur de recherche, Centre de Chatou, EDF R&D
M. Jean Marc JICQUEL, Ingénieur de recherche, Centre des Renardières, EDF R&D
M. Christian LAJAUNIE, Maître de recherche, C. Géosciences, MINES ParisTech
M. Laurent PRALY, Maître de recherche, HDR, CAS, MINES ParisTech
M. Jean Jacques ROUX, Professeur, CETHIL, INSA Lyon

Rapporteur
Rapporteur
Examineur
Examineur
Examineur
Examineur

**T
H
È
S
E**

Table des matières

Table des matières	i
Table des figures	v
Liste des tableaux	viii
1 Introduction	1
1.1 Motivations et enjeux	1
1.1.1 Motivations	1
1.1.2 Enjeux	2
1.2 Problématique	2
1.2.1 Présentation du problème	2
1.2.2 Données et contraintes	4
1.2.2.1 Présentation des données	4
1.2.2.2 Les contraintes	7
1.2.3 Objectifs de la thèse	8
1.3 Approche proposée	8
1.4 Organisation du document	10
2 Modélisation et identification du bâtiment	13
2.1 Modèles du bâtiment	13
2.1.1 Modèles statiques	14
2.1.1.1 Premier exemple : signature énergétique simple	15
2.1.1.2 Deuxième exemple : variation de température extérieure et d'enseillement	17
2.1.1.3 Avantages et limites	17
2.1.2 Modèles dynamiques	17
2.1.2.1 Modèles de « signature énergétique »	17
2.1.2.2 Modèles thermiques détaillés	18
2.1.2.3 Modèles réduits	20
2.2 Les méthodes d'identification en thermique du bâtiment	21
2.2.1 Identification de composants de la paroi du bâtiment	21
2.2.2 Objectifs de l'identification et choix inhérents	22
2.2.2.1 Identification pour le diagnostic	22
2.2.2.2 Identification pour la commande	23
2.3 Modèle retenu dans la thèse - le modèle R3C2	24

3	Identification et problèmes mal posés	27
3.1	La procédure d'identification	27
3.1.1	Les étapes préliminaires	27
3.1.2	Structures de modèle et étapes clés	29
3.1.3	Enjeu et limites	31
3.2	Identifiabilité	32
3.2.1	Définition	33
3.2.2	Expérience informative pour une structure donnée	35
3.2.2.1	Contenu fréquentiel	36
3.2.2.2	Erreur de convergence et matrice d'information de Fisher	37
3.3	Identification d'un système MISO ou en boucle fermée	38
3.3.1	Identification d'un système multi entrées	38
3.3.2	Identification en boucle fermée	39
4	Application d'une approche classique d'identification au modèle global	43
4.1	Cadre général de l'estimation paramétrique du bâtiment	43
4.1.1	Quelle écriture pour l'estimation ?	44
4.2	Estimation paramétrique	46
4.2.1	Modèle de bruit pour l'identification	46
4.2.2	Prédicteur optimal	47
4.2.3	Algorithme de minimisation du critère	48
4.3	Étude préliminaire du modèle global	48
4.3.1	Sensibilité globale	49
4.3.2	Identifiabilité locale	50
4.3.2.1	Gramien d'identifiabilité	50
4.3.2.2	Sensibilité locale de l'observation	52
4.4	Analyse des résultats et validation	53
4.4.1	Analyse des données d'entrée	53
4.4.2	Résultats d'identification	54
4.4.3	Validation/Invalidation statistique	55
5	Approche bayésienne appliquée au bâtiment	59
5.1	Position du problème dans un cadre bayésien	59
5.1.1	Inversion Bayésienne	61
5.1.2	La simulation stochastique	63
5.1.2.1	Chaîne de Markov	63
5.1.2.2	Algorithme de Metropolis-Hastings	64
5.1.2.3	Algorithme de Gibbs	65
5.2	Application de la méthode de Gibbs au modèle R3C2	66
5.2.1	Formulation du problème	67
5.2.1.1	Prise en compte de la régulation	67
5.2.1.2	Discrétisation	69
5.2.2	Expressions des lois conditionnelles pour les paramètres	70
5.2.2.1	Simulation de Z_t conditionnellement à X et Z_g	70
5.2.2.2	Simulation de Z_g conditionnellement à X et Z_t :	71
5.2.3	Échantillonneur de Kalman	72

5.2.3.1	Le filtre	73
5.2.3.2	Le lisseur	74
5.2.3.3	L'échantillonneur	74
6	Résultats de l'approche bayésienne	77
6.1	Application à un cas test de bâtiment	77
6.1.1	Données utilisées	78
6.1.2	Résultats de simulation	79
6.1.2.1	Connaissance <i>a priori</i> non biaisée des paramètres	80
6.1.2.2	Biais sur les lois <i>a priori</i> des paramètres	82
6.2	Améliorations et Méthodes de diagnostic de convergence	83
6.2.1	Méthodes graphiques	84
6.2.2	Critères quantitatifs	87
6.2.2.1	Comparaison des variances inter et intra-chaînes	87
6.2.2.2	Variabilité par rapport à la moyenne	88
6.2.3	Prise en compte de contrainte de positivité sur les paramètres	88
6.3	Performances et robustesse de la méthode	89
6.3.1	En fonction de la connaissance des inconnues	89
6.3.2	En fonction de la connaissance <i>a priori</i> du problème	90
6.4	Application aux données CLIM2000 et interprétation	91
6.4.1	Les données CLIM2000	91
6.4.2	Présentation des résultats et interprétation	92
6.4.3	Comparaison avec l'estimation classique	94
6.5	Données réelles : bâtiment LGEP1	95
6.5.1	Analyse des données et résultats	96
6.5.2	Interprétation des résultats et limites	96
6.6	Prise en compte de la saturation	98
6.6.1	Impact de la saturation pour un PI et précautions	99
6.6.1.1	Conséquences sur le comportement du bâtiment	100
6.6.1.2	Anti windup (« anti-emballement »)	100
6.6.1.3	Ralentissement du régime transitoire du bâtiment	102
6.6.2	Prise en compte d'une courbe de charge saturée dans l'algorithme de Gibbs	103
6.6.2.1	Courbe de charge considérée comme sollicitation du bâtiment	103
	Conclusion Générale	106
	Perspectives : approche hamiltonienne	110
A	Identification d'un modèle de signature énergétique de bâtiment	115
A.1	Description du bâtiment LGEP1	115
A.2	Analyse des données d'entrée	116
A.3	Identification et résultats	118
	Annexes	114

B	Matrice d'information de Fisher/ algorithme du gradient	123
B.1	Calcul de la matrice d'information de Fisher	123
B.1.1	Évaluation de $\nabla_{\theta}^2 \log [f_{\theta}(Y)]$ pour un système récursif	123
B.2	Algorithme de gradient	124
C	Filtrage de Kalman	127
C.1	Cadre général	127
C.2	Le filtre	128
C.3	Le lisseur	128
	Bibliographie	131

Table des figures

1.1	<i>Grandeurs influant le comportement thermique du bâtiment, les grandeurs connues sont en bleu</i>	2
1.2	<i>Schéma bloc associé au modèle global du bâtiment : entrées (vert), mesures (noir) et systèmes inconnus (rouge)</i>	3
1.3	<i>Zones climatique définies par la Réglementation Thermique de 2005 (RT2005) . . .</i>	5
1.4	<i>Les différentes composantes du flux solaire, d'après Mazria [46]</i>	6
1.5	<i>Températures intérieures (maison instrumentée par EDF) : a) chambre à coucher, b) séjour, c) température moyenne</i>	7
1.6	<i>Modèle électrique équivalent du bâtiment - modèle R3C2</i>	9
1.7	<i>Illustration de la régulation avec PI classique</i>	9
2.1	<i>Courbe de signature énergétique en fonction de la température extérieure</i>	15
2.2	<i>Courbe de signature énergétique en degrés jours</i>	16
2.3	<i>Modes de transfert thermique</i>	19
2.4	<i>Identification pour le diagnostic</i>	22
2.5	<i>Identification pour la commande</i>	23
2.6	<i>Schéma électrique équivalent R3C2</i>	25
3.1	<i>Procédure d'identification</i>	28
3.2	<i>Écriture en fonction de transfert</i>	29
3.3	<i>Complexité des structures</i>	32
3.4	<i>Modèle pour l'identification</i>	34
3.5	<i>identification</i>	34
3.6	<i>SBPA (largeur des créneaux aléatoire)</i>	37
3.7	<i>Système en boucle fermée</i>	39
3.8	<i>Modèle en boucle fermée</i>	40
4.1	<i>Étapes de l'identification</i>	43
4.2	<i>Structure appropriée aux méthodes d'identification en boucle fermée</i>	44
4.3	<i>Système global « bâtiment + régulateur » ayant comme entrées : la température extérieure T_{ext}, les apports internes AI, le flux solaire Q_s et la consigne de température E et comme sortie la courbe de charge chauffage Q_{ch}</i>	45
4.4	<i>Modèle du bâtiment en boucle fermée, les températures de consigne E et extérieure T_{ext}, le flux solaire Q_s et les apports internes AI sont des entrées du modèle global, Q_{ch} en est la sortie.</i>	45
4.5	<i>Schéma électrique équivalent R3C2</i>	46

4.6	<i>Écart entre courbe de charge de référence et simulée, pour une perturbation de référence ref_bruit : $\Sigma_{X_0}^{\frac{1}{2}} = \text{diag}([0.2;0.1;0.2])$, $Q^{\frac{1}{2}} = \text{diag}([0.4;0.3;0.3])$, $R = 1$</i>	50
4.7	<i>Écart quadratique entre courbe de charge de référence et simulée, pour une perturbation dans le sens du gradient, grad : gradient normalisé</i>	51
4.8	<i>Sensibilité Q_{ch} par rapport à une variation de chacun des paramètres</i>	52
4.9	<i>Données CLIM 2000 pour les 5 zones</i>	53
4.10	<i>Données du bâtiment considéré comme une zone thermique unique</i>	54
4.11	<i>Densité Spectrale de Puissance des différents signaux</i>	54
4.12	<i>Courbes de charges réelle et générée par le modèle identifié</i>	55
4.13	<i>Distribution de l'erreur de prédiction</i>	56
4.14	<i>Autocorrélation des résidus et leur intercorrélacion avec T_{ext}</i>	57
4.15	<i>Intercorrélation entre les résidus et les entrées Q_s et E</i>	58
5.1	<i>Schéma général d'inversion</i>	60
5.2	<i>Schéma problème inverse pour le bâtiment</i>	60
5.3	<i>Schéma R3C2 pour le bâtiment</i>	68
5.4	<i>Observations générées à partir de l'état caché</i>	73
6.1	<i>Données de synthèse : sollicitations, états et courbe de charge de chauffage associés aux paramètres prédéfinis</i>	79
6.2	<i>Simulation de la température intérieure</i>	80
6.3	<i>Simulations des paramètres du bâtiment (noir) et du régulateur (bleu) pour 3000 itérations de l'algorithme de Gibbs, les valeurs de références sont tracées en rouge.</i>	81
6.4	<i>Probabilités cumulées des lois a priori (magenta) et a posteriori (cyan) pour le paramètre z_{res}</i>	81
6.5	<i>Simulations des paramètres (bleu), espérances des lois a priori (rouge) et valeurs de référence des paramètres en question (noir)</i>	82
6.6	<i>Exemple de simulation d'une chaîne de Markov par l'algorithme de Gibbs</i>	84
6.7	<i>Chaînes correspondant à des initialisations différentes de l'algorithme de gibbs, chaque initialisation est associée à une couleur</i>	85
6.8	<i>Exemple de tracé sous forme de box-plot des simulations des sept paramètres</i>	86
6.9	<i>Variogrammes associés à un jeu de simulation des sept paramètres du modèle global du bâtiment</i>	87
6.10	<i>Histogrammes correspondant aux distributions a priori (magenta) et a posteriori (bleu) pour les sept paramètres. Les valeurs de références sont en rouge.</i>	90
6.11	<i>Box-plot des lois a posteriori pour différents écart types des distributions a priori, les écart types sont obtenus en multipliant l'espérance a priori respectivement par 0.5, 0.25 et 0.2</i>	91
6.12	<i>Quartiles des distributions a posteriori des paramètres en fonction des variances des bruits d'état et de mesure, les matrices de variances de référence sont multipliées respectivement par 0.1, 0.5 et 1. Les valeurs de référence sur les paramètres sont représentées par des traits discontinus (noir).</i>	92
6.13	<i>Données CLIM2000 pour les 5 zones : température de consigne (E), température extérieure (T_{ext}), flux solaire (Q_s) et les courbes de charges correspondant au 5 zones.</i>	93

6.14	<i>Simulations de l'état associé aux données CLIM2000, chaque couleur correspond à une itération de l'algorithme de Gibbs, la température intérieure moyenne fournie par CLIM2000 est reportée sur le premier graphe (noir).</i>	94
6.15	<i>Histogrammes des distributions a priori (violet) et a posteriori (vert) du gain statique par rapport au flux solaire</i>	95
6.16	<i>Données recueillies au bâtiment LGEP1</i>	96
6.17	<i>Histogrammes des distributions a posteriori des paramètres du modèle du bâtiment LGEP1</i>	97
6.18	<i>Simulations de la température intérieure T_{int}^s du bâtiment LGEP1, température moyenne T_{int} enregistrée (noir). L'écart entre chaque simulation et la moyenne est représenté sur le deuxième graphe.</i>	98
6.19	<i>Température intérieure d'un bureau appartenant au bâtiment LGEP1, pour une période semblable (hiver)</i>	99
6.20	<i>Saturation de la commande chauffage</i>	100
6.21	<i>Effet de la saturation sur le comportement du système en boucle fermée</i>	101
6.22	<i>Schéma bloc de la boucle fermée avec anti windup</i>	101
6.23	<i>Températures et puissance de chauffage en fonction du gain K_s</i>	102
6.24	<i>Régime transitoire avec/sans saturation</i>	103
6.25	<i>Comparaison du taux d'acceptation en fonction du pas de discrétisation</i>	113
6.26	<i>Exemple de trajectoires hamiltoniennes</i>	113
A.1	<i>Rez-de-chaussée</i>	115
A.2	<i>Étage</i>	116
A.3	<i>Données brutes collectées à partir du bâtiment de bureaux LGEP1</i>	117
A.4	<i>Reconstruction de la température de consigne (rouge) à partir de la température intérieure (bleu) sur une durée de 2 jours</i>	117
A.5	<i>Reconstruction de la consigne pour tout le mois</i>	118
A.6	<i>Filtrage de la courbe de charge chauffage pour une durée de 16 heures</i>	118
A.7	<i>Courbe de charge brute (bleu) et filtrée (rouge)</i>	119
A.8	<i>Structure d'identification pour le modèle de la signature énergétique</i>	119

Liste des tableaux

- 3.1 Structures linéaires classiques, les abréviations correspondent respectivement à :
Finite Impulse Response, AutoRegressive with eXternal input, AutoRegressive Moving Average with eXternal input, Output Error et Box-Jenkins 30
- 4.1 Changement de variable du modèle global 49
- 4.2 Résultat d'identification des paramètres avec modèle de bruit estimé 55
- 6.1 Changement d'échelle des données et des variables 78
- A.1 Polynômes et paramètres du modèle identifié 120

Liste des algorithmes

2.1	<i>Calcul du degré Jour par la méthode dite « Météo »</i>	16
4.1	Algorithme de minimisation de l'erreur de prédiction pour le système sous forme innovation	49
5.1	<i>Principe de l'échantillonneur de Gibbs</i>	65
6.1	<i>Comparaison des variances inter et intra-séquences</i>	88

Liste des symboles

Δt	pas de mesure des données
τ_i	temps d'intégration du régulateur PI
C_s	capacité de structure (modèle R3C2)
C_{res}	capacité intérieure du bâtiment (modélisé par R3C2)
d	composante d'état de l'intégrateur
E	température de consigne
K, z_K	gain du régulateur PI
Q_s	flux solaire global
Q_{ch}	puissance de chauffage injectée dans le bâtiment
Q_{res}	puissance totale injectée dans le bâtiment (chauffage et apports internes et gratuits)
R_f	résistance associée aux déperditions linéaires entre l'intérieur et l'extérieur (modèle R3C2)
R_i	résistance intérieure (modèle R3C2)
R_o	résistance extérieure (modèle R3C2)
T_s	température de structure du bâtiment (modèle R3C2)
T_{ext}	température à l'extérieur du bâtiment
T_{int}	température intérieure du bâtiment (modèle R3C2)
z_f	inverse de la résistance R_f
Z_g	groupe de paramètres « gains » : $(z_f \ z_i \ z_o \ z_K)^T$
z_i	inverse de la résistance R_i
z_o	inverse de la résistance R_o
z_τ	inverse du temps d'intégration τ_i
z_{res}	inverse de la capacité C_{res}
z_s	inverse de la capacité C_s
Z_t	groupe de paramètres « constantes de temps » : $(z_{res} \ z_s \ z_\tau)^T$
AI	apports internes (électriques et gratuits) dans le bâtiment

Chapitre 1

Introduction

Dans ce chapitre, nous présentons la problématique considérée dans ce travail de thèse en commençant par une description du contexte industriel et des enjeux associés à une meilleure connaissance du modèle thermique du bâtiment, puis une présentation des objectifs et du contexte applicatif et enfin une synthèse des approches antérieures et une analyse de leurs avantages et limites relativement aux objectifs fixés dans cette thèse.

1.1 Motivations et enjeux

1.1.1 Motivations

En France, le secteur du bâtiment (résidentiels, tertiaires et industriels) est le secteur ayant la plus grande part dans la demande énergétique parmi tous les secteurs économiques. En effet, ses besoins représentent environ 43% de l'énergie finale¹ totale, ce qui correspond à une consommation annuelle autour de 400 kWh d'énergie primaire par m² chauffé². Cette part de consommation du bâtiment ne cesse d'augmenter, par exemple les logements et les bureaux ont vu leur consommation augmenter de +30% durant les 30 dernières années. Cette augmentation est liée :

- à la croissance permanente de la taille du parc considéré ;
- à l'augmentation de la surface moyenne occupée ;
- à l'accroissement du confort ;
- et à l'émergence de plusieurs nouveaux usages électriques.

Dans le cas particulier du secteur résidentiel, le chauffage électrique représente la plus grande part de consommation (supérieure à 60% de la consommation totale). Une meilleure gestion de la consommation électrique du chauffage devient une urgence, notamment dans un contexte économique qui évolue rapidement et face à une conscience accrue de la contrainte environnementale. Concrètement, il s'agirait de choisir une installation adaptée aux besoins (gestion de la demande en énergie) et de s'assurer de la bonne isolation du bâtiment, qu'il s'agisse de bâtiments existants ou en cours de construction.

1. L'énergie finale est l'énergie distribuée à tous les consommateurs

2. Données ADEME 2005

1.1.2 Enjeux

Une bonne connaissance du comportement thermique du bâtiment (résidentiel, tertiaire, industriel) contribue à améliorer la gestion de la demande en énergie du chauffage électrique. Le commercialisateur exploite cette information pour proposer des offres de services énergétiques tels que le diagnostic du bâtiment et des recommandations d'amélioration de la structure du bâtiment ou de remplacement du système de chauffage électrique. Pour le client, une meilleure connaissance du comportement de son bâtiment est nécessaire pour modifier son comportement énergétique, pour réduire sa facture ou encore pour améliorer son confort.

1.2 Problématique

1.2.1 Présentation du problème

Le comportement thermique d'un bâtiment dépend de différents facteurs illustrés sur la figure 1.1. Ces derniers peuvent être classés en trois familles. La première famille englobe les facteurs intrinsèques à la structure du bâtiment lui-même (composition, surface à chauffer, etc.). La seconde famille regroupe les données météorologiques³ ayant une influence sur le bâtiment tels que la température extérieure et le flux solaire. La troisième famille, dont l'interaction avec le bâtiment est expliquée dans le paragraphe suivant, regroupe les facteurs « contrôlables » par le client, à savoir la puissance appelée par le système de chauffage électrique, la température de consigne choisie et enfin les apports internes (apports calorifiques autre que le chauffage) dont les apports gratuits dus à la présence de personnes.

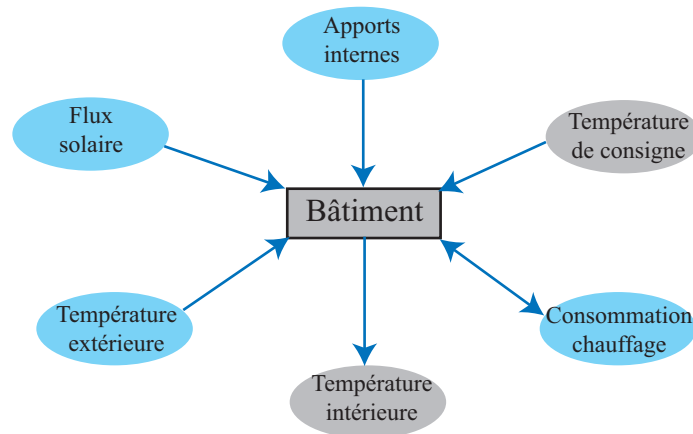


FIGURE 1.1: *Grandeurs influant le comportement thermique du bâtiment, les grandeurs connues sont en bleu*

Le système de chauffage a pour rôle d'ajuster la température intérieure afin de maintenir le niveau de confort souhaité. De ce fait, il constitue la partie « pilotable » du bâtiment. Cet usage électrique fournit la puissance électrique nécessaire à la réduction de l'écart entre la température de consigne et la température ambiante. Ainsi, la consommation du chauffage devient une

3. Nous utiliserons désormais le mot « météo » pour désigner les données météorologiques

commande pour le bâtiment. Il faudrait donc prendre en compte cette puissance, qui renseigne sur le système de régulation et sur l'état du bâtiment, dans le modèle global. Ce couplage entre le bâtiment et le système de chauffage traduit le lien entre le confort souhaité par les usagers et la réponse thermique du bâtiment. Soulignons que *l'action du système de chauffage transforme le fonctionnement du bâtiment d'un système en boucle ouverte (bâtiment seul) en un système en boucle fermée* (la sortie agit sur l'entrée par rétroaction).

Les apports internes peuvent être vus comme une « perturbation » du comportement thermique du bâtiment, étant donné que cet apport calorifique vient s'ajouter à l'apport calorifique généré par le chauffage électrique injecté dans le bâtiment.

On aboutit ainsi à une première modélisation en bloc du comportement du bâtiment prenant en compte les éléments décrits précédemment présentée sur la figure 1.2.

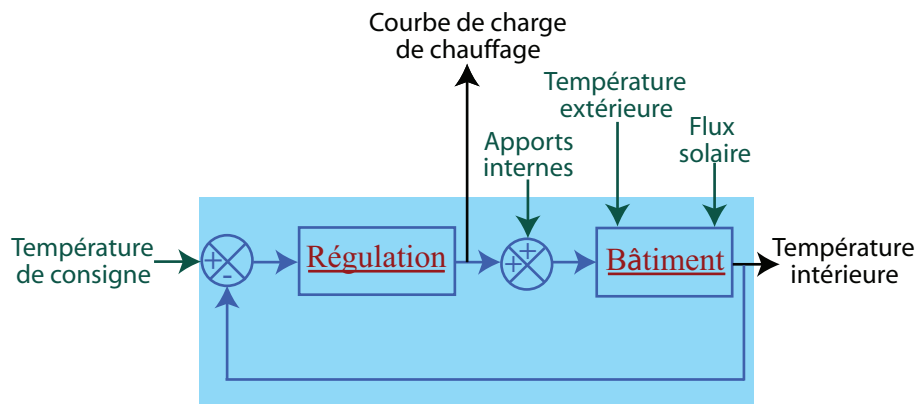


FIGURE 1.2: Schéma bloc associé au modèle global du bâtiment : entrées (vert), mesures (noir) et systèmes inconnus (rouge)

Sur cette figure, les entrées du système de chauffage sont la température de consigne, grandeur choisie par l'utilisateur et souvent inconnue et la température intérieure (ambiante). La sortie de la régulation est une puissance donnée du chauffage, grandeur qui peut être mesurée. Cette puissance électrique est convertie en énergie calorifique injectée dans le bâtiment. Par ailleurs, le fonctionnement de ce dernier est perturbé par les apports internes et les données météo. La résultante de ces interactions est une température intérieure donnée, qui va à son tour être prise en compte par le système de régulation du chauffage. La sortie du système est une température intérieure du bâtiment, grandeur dont la définition s'avère délicate comme nous l'illustrerons ultérieurement.

Le schéma bloc présenté sur la figure 1.2 met en évidence que les deux composantes du système, le chauffage et le bâtiment, sont couplées. La prise en compte de ce couplage a transformé le problème en régime libre en un problème en boucle fermée. L'identification du modèle global, cas qui nous intéresse dans cette thèse, nécessite alors des précautions quant à l'application des approches classiques d'identification généralement conçues pour des systèmes opérant en boucle ouverte. La prise en compte de la régulation augmente également la complexité du problème, et ce à travers l'introduction de paramètres inconnus (du régulateur) qui viennent s'ajouter aux inconnus du modèle thermique à proprement parler.

1.2.2 Données et contraintes

Dans ce paragraphe, nous décrivons les données d'entrée/sortie du système global « chauffage + bâtiment », les connaissances *a priori* et/ou contraintes sur ces données.

1.2.2.1 Présentation des données

Les données exploitées dans nos travaux proviennent de sources variées et ont des propriétés assez différentes :

Température de consigne Elle définit le confort souhaité par l'occupant en chauffage ou en climatisation. Les valeurs prises par la température de consigne varient généralement entre 17 et 23 degrés avec des profils plus ou moins réguliers selon que l'occupant dispose d'un système automatisé de gestion du chauffage ou pas.

Le scénario le plus couramment utilisé en gestion automatisée de bâtiments tertiaires de bureaux par exemple est le scénario d'intermittence⁴ du lundi au vendredi avec un réduit de 17°C et un confort de 20°C. Les enregistrements de la température de consigne ne sont généralement pas disponibles, pour le cas des données provenant d'un bâtiment réel que nous étudierons, elle est reconstruite au pas de temps de 10 minutes à partir de connaissances *a priori* sectorielles.

Données électriques La puissance appelée par le chauffage et les apports internes sont obtenus par une décomposition de la courbe de charge électrique totale⁵. Disposer de ces grandeurs implique l'utilisation d'une méthode de décomposition de la CdC (Courbe de Charge).

Un logiciel de décomposition de la CdC (Barrois et Jicquel [5]), appelé « Fdd_Usages », adapté au secteur tertiaire bureau été développé au sein d'EDF. Il permet de fournir à partir d'une courbe de charge annuelle échantillonnée au pas de 10 minutes :

1. un profil de journée minimum⁶, ou *talon minimum*, correspondant à la consommation des usages permanents correspondant généralement à la journée du dimanche ;
2. un *talon type de chaque journée de la semaine* correspondant aux usages liés à la présence de personnes (ordinateurs, éclairage,...) ;
3. une *variation saisonnière*, composante restante de la courbe de charge, attribuée à la consommation de chauffage en hiver et de climatisation en été.

Nous soulignons le fait que la part de chauffage obtenue par cette méthode est généralement légèrement sur-estimée. Cela est dû à la présence d'usages dépendant de la saison et non pris en compte comme l'éclairage extérieur.

4. L'intermittence est un signal sous forme de créneaux, la valeur minimale est appelée « réduit » et la valeur maximale « confort ». La période des créneaux est généralement journalière.

5. Les cas que nous étudierons concernent des bâtiments où tous les usages sont électriques mais l'approche est généralisable pour d'autres types d'énergies (gaz, fuel,...).

6. Pour chaque pas de temps, le minimum est pris en considérant les consommations de toutes les journées de l'année à la même heure.

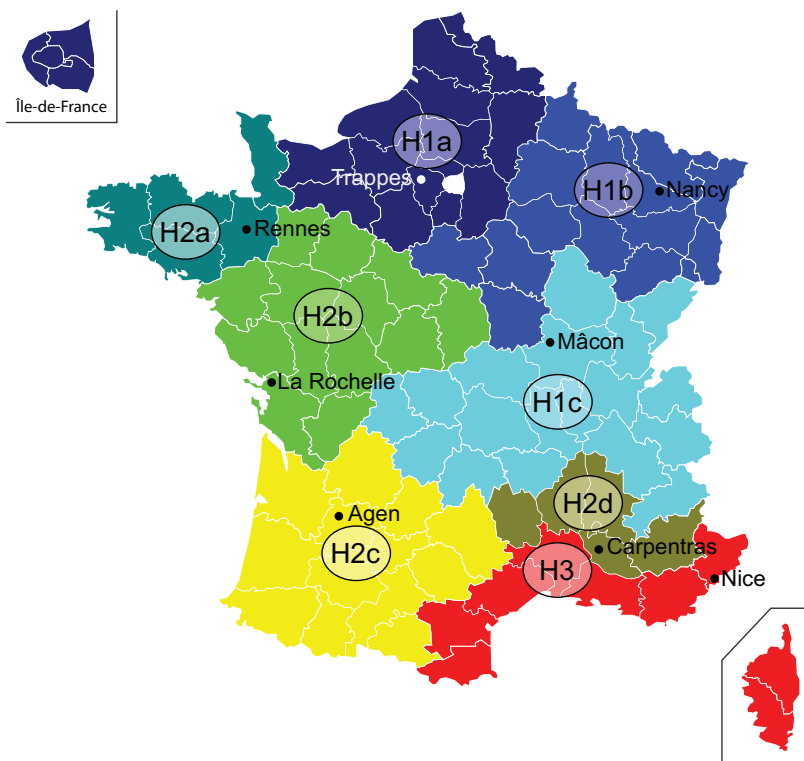


FIGURE 1.3: Zones climatique définies par la Réglementation Thermique de 2005 (RT2005)

Données météo En pratique, la température extérieure et le flux solaire sont les grandeurs météo les plus influentes sur le comportement thermique du bâtiment et sont fournies par la station météo la plus proche. En effet, Météo-France propose une large gamme de données climatologiques avec des pas de temps allant de l'horaire au mensuel. Les observations sont relevées sur les quelques 550 stations du réseau RADOME de Météo-France en France métropolitaine ainsi que ceux des partenaires avec un total de 1250 stations, sachant que la France est répartie en huit zones climatiques comme l'illustre la figure 1.3.

Le découpage définie par la RT2005 permet de distinguer les zones selon le besoin de chauffage en hiver (H1, H2 et H3) et de confort en été (indice a, b, c et d), la zone H3 étant en zone d'été d.

Cette réglementation, applicable à partir de septembre 2006, permet de définir en fonction de la zone climatique, un ensemble de règles à respecter pour toute construction de bâtiment neuf. Ces règles permettent notamment d'assurer :

- une consommation d'énergie inférieure à une valeur de référence définie par la RT,
- un confort d'été en imposant une température intérieure du bâtiment inférieure à une température de référence,
- le respect de certaines caractéristiques thermiques des éléments du bâtiment.

Les données que nous traiterons sont enregistrées au niveau de la cellule test ETNA⁷ du site des Renardières d'EDF. Les mesures sont faites avec un pas de temps d'une minute et incluent

7. Il s'agit d'un bâtiment conçu à la fin des années 1980 pour tester les performances de différents composants de bâtiment : composants de paroi, panneaux solaires, systèmes de chauffage/climatisation...

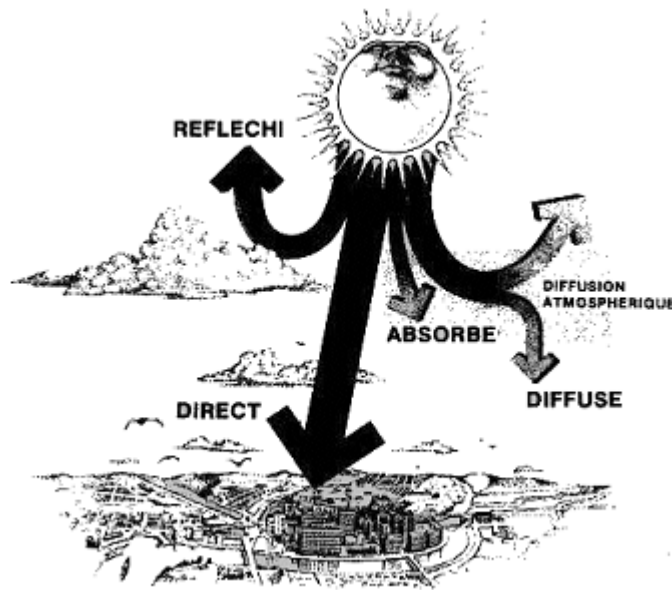


FIGURE 1.4: *Les différentes composantes du flux solaire, d'après Mazria [46]*

plusieurs données comme la vitesse du vent ou la température du ciel. Le flux solaire reçu par un bâtiment est composé de deux parties comme l'illustre la figure 1.4 :

- flux diffus (ou diffuse), dépendant de l'état du ciel (présence de nuages,...) ;
- flux direct : composante dont les apports sont les plus considérables.

La pertinence des données météo dépend de l'emplacement du bâtiment, une maison mitoyenne par exemple (ou appartement) est moins « sensible » aux influences de la météo qu'une maison qui n'est pas mitoyenne.

Température intérieure / ambiante Définir une température unique pour un bâtiment donné pose une difficulté due à l'hétérogénéité des systèmes de chauffage de chaque pièce, à la variabilité des degrés de confort souhaités dans les différentes pièces et à la difficulté de définir une température d'une pièce notamment en présence de phénomènes irréguliers (ouverture de fenêtres par exemple).

Considérons l'exemple d'une résidence où chaque pièce est équipée d'un système de chauffage (convecteur, radiateur, etc.), les systèmes de chauffages élémentaires étant indépendants les uns des autres et ayant des modes de régulation différents. La chambre et le séjour sont équipés de sondes de températures. Les profils de température relevés dans la chambre et dans le séjour présentés sur la figure 1.5 sont très différents et mettent en évidence une différence entre les températures de confort souhaitées dans les deux pièces (21° dans la chambre et 23° dans le séjour).

En pratique, c'est le degré de confort de l'occupant qui prime. C'est pourquoi, différentes études se sont intéressées à la température ressentie. Qu'il s'agisse de température intérieure ou de température sentie, se pose la question du nombre de zones thermiques à considérer en fonction de l'uniformité ou non du degré de confort souhaité dans les différentes pièces.

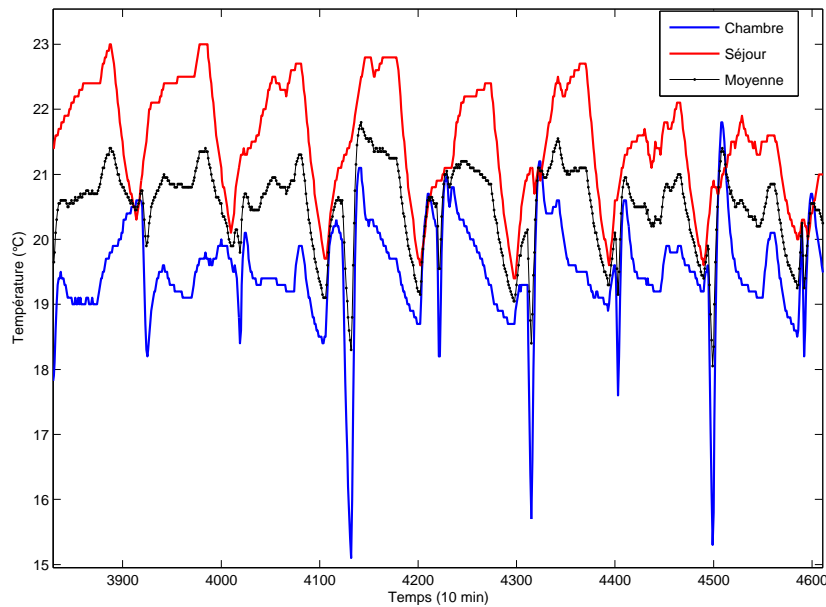


FIGURE 1.5: *Températures intérieures (maison instrumentée par EDF) : a) chambre à coucher, b) séjour, c) température moyenne*

Dans le cadre de la thèse, nous considérons le cas mono-zone : une seule température est définie en fonction de la température de consigne choisie.

1.2.2.2 Les contraintes

Données « peu riches » pour identifier un modèle du bâtiment Une stratégie d'identification d'un modèle donné du bâtiment (sans prendre en compte le système de chauffage) consiste à exploiter une série d'expériences où l'on choisit les différents scénarios d'excitation adéquats et les différentes sollicitations. Cette approche est utilisée par exemple pour étudier le comportement du système élémentaire composé des parois du bâtiment. La richesse des données d'entrée permet d'assurer une bonne identification du modèle étudié. Dans le cas étudié dans la thèse, à savoir l'identification du système global « chauffage + bâtiment », nous n'avons pas la possibilité de planifier des expériences.

Les mesures de température intérieure inaccessibles L'objectif de la thèse étant de proposer une démarche non-intrusive (pour le client), les données de température de consigne et de température ambiante ne peuvent être mesurées. En effet, à ce jour, il n'existe pas de système industriel généralisé effectuant le relevé de ces températures et accessible à distance, similaire à la mesure de la courbe de charge via la sortie téléinfo du compteur.

Pour s'affranchir de cette contrainte, nous considérons l'hypothèse d'un degré de confort (c'est à dire température de consigne) choisi et connu dans le bâtiment. La nécessité de disposer de la température de consigne se justifie en partie par l'absence d'une mesure de température intérieure : étant donné que la puissance appelée permet d'assurer un écart de température et que la température intérieure est inconnue, il est indispensable d'avoir au moins la borne supérieure, soit la température souhaitée, pour éviter les problèmes de biais.

D'autre part, selon la gestion du bâtiment, la température de consigne est toujours informative :

- ▶ si elle est irrégulière : le besoin du client n'est pas formulé précisément, il est donc difficile d'évoquer l'économie d'énergie notamment en minimisant l'énergie consommée par le chauffage sans se donner une référence fixe.
- ▶ si elle est à scénarios prédéfinis : la plupart des bâtiments, surtout dans le secteur tertiaire, utilisent des scénarios fixes de gestion du chauffage électrique, il s'agit alors d'exploiter cette information d'autant plus que la connaissance du bâtiment est limitée.

1.2.3 Objectifs de la thèse

Des travaux antérieurs au sein d'EDF avaient conduit à l'élaboration d'**un modèle qui permet de décrire le comportement thermique du bâtiment et qui ne prend pas en compte la régulation du système de chauffage**. Ce modèle, d'ordre 2 et à cinq paramètres, est appelé « *modèle électrique équivalent* » et repose sur la modélisation de l'enveloppe du bâtiment par analogie électrique. Il permet de remonter aux constantes de temps du bâtiment révélatrices de l'état de l'isolation du bâtiment et du degré de confort assuré.

Cette thèse intitulée « *Identification d'un modèle de comportement thermique de bâtiment à partir de sa courbe de charge* » s'intéresse au **problème d'identification d'un modèle thermique du bâtiment, modèle qui par ailleurs prend en compte la structure du bâtiment et la régulation du chauffage**. Ainsi, ses objectifs sont les suivants :

- ▶ *Proposer un modèle du système global « bâtiment + chauffage » permettant de prendre en compte le couplage entre ces deux composantes.*
- ▶ *Proposer une méthode d'estimation des paramètres du modèle global établi à partir de peu d'informations (courbe de charge, données météo).*

Néanmoins, la méthode d'identification proposée devrait être généralisable aux cas où le modèle du bâtiment est un modèle d'ordre réduit autre que celui considéré dans la thèse.

Précisons d'ores et déjà que le modèle global exploite le modèle électrique équivalent du bâtiment et se compose :

- ▶ d'un modèle électrique équivalent proposé par EDF,
- ▶ d'un régulateur du type Proportionnel Intégral (PI).

1.3 Approche proposée

Les travaux antérieurs (détaillés dans le chapitre 2) s'affranchissent de la difficulté inhérente à l'identification du système global en s'intéressant à chaque composante séparément. Certains (Richalet [58], ...) ramènent le problème d'optimisation de la consommation électrique à un problème d'optimisation de la structure du bâtiment. Ils s'intéressent alors au problème de modélisation du bâtiment puis d'identification du système en boucle ouverte en utilisant les mesures de la température intérieure. D'autres (Alaoui [4], Fraisse [18], ...) s'attachent à optimiser (au sens de « pilotage de charge ») la consommation du système de chauffage en considérant un modèle « comportemental » simple pour prendre en compte la réponse thermique du bâtiment.

Dans le cadre de cette thèse, nous proposons de résoudre le problème d'identification du système en boucle fermée (bâtiment en prenant en compte la régulation du chauffage). La méthode

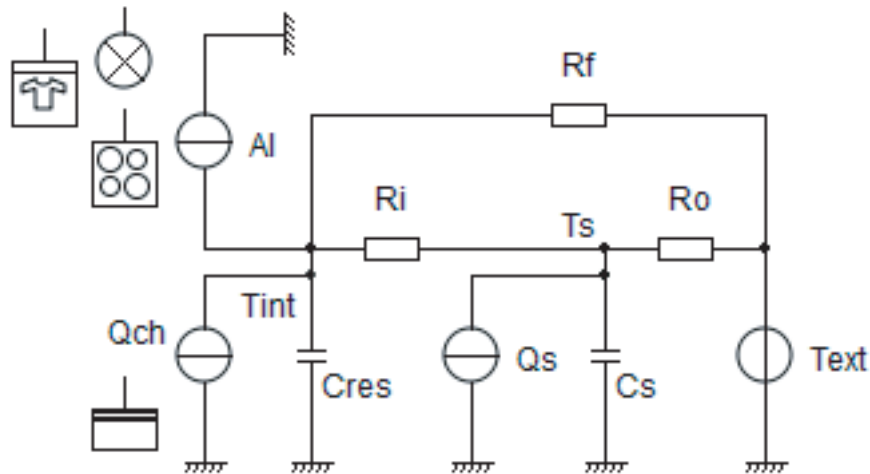


FIGURE 1.6: *Modèle électrique équivalent du bâtiment - modèle R3C2*

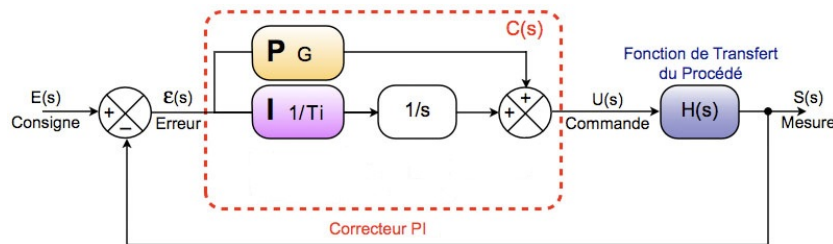


FIGURE 1.7: *Illustration de la régulation avec PI classique*

d'identification proposée repose sur le choix d'un modèle thermique du bâtiment qui soit pertinent pour l'estimation des constantes temporelles attendues et dont la complexité est réduite afin que la méthode soit applicable industriellement.

En pratique, le modèle choisi, appelé modèle R3C2 est un modèle électrique équivalent, a été proposé par EDF et est illustré sur la figure 1.6. C'est un modèle à cinq paramètres, dont les entrées sont constituées de données météo (température extérieure et flux solaire) et de la courbe de charge électrique (chauffage et apports internes) et la sortie est la température intérieure du bâtiment.

Concernant la régulation, nous considérons un régulateur Proportionnel Intégral illustré sur la figure 1.7. Il s'agit d'un régulateur qui adapte la puissance de chauffe à l'écart entre la température ambiante et la consigne, et qui est largement utilisé dans les systèmes industriels pour sa simplicité et son efficacité.

Nous soulignons le fait que l'action du régulateur est soumise à une saturation (indépendamment du système de régulation choisi). En effet la puissance de chauffage est positive et inférieure à une valeur maximale P_{max} souscrite par l'utilisateur.

L'approche que nous proposons, consiste d'abord à formuler le problème d'identification de manière à ce que les températures intérieure et de structure (variables intéressantes pour faire le diagnostic thermique de bâtiment) fassent partie de l'état caché du système et que la courbe de charge chauffage en soit une observation. Cette formulation aboutit à un système de dynamique

linéaire mais qui est non linéaire en les paramètres inconnus.

Par ailleurs, nous avons mené une étude préliminaire d'identification (voir annexe A) avec un modèle de bâtiment plus simple (d'ordre 1) en se basant sur des connaissances sectorielles et thermiques fortes. Cette démarche a démontré la nécessité de vérifier la cohérence et la compatibilité entre le modèle choisi, les informations contenues dans les mesures et les connaissances *a priori* sur le comportement thermique de bâtiment.

Fort de ce constat, nous avons ensuite choisi une méthode d'estimation, adaptée pour l'identification du système global et qui s'inscrit dans le cadre classique d'identification paramétrique. Même si le modèle adopté (R3C2+PI) est « globalement identifiable », c'est à dire que d'un point de vue structurel, la solution du problème d'identification est unique, la qualité des mesures, recueillies en mode de fonctionnement normal du bâtiment sur une période de quelques jours, ne permet pas de déterminer les paramètres inconnus avec une grande précision.

Ainsi, pour enrichir le contenu informationnel des données, nous avons exploité des connaissances *a priori* sur les paramètres, basées sur une expertise en thermique du bâtiment. La démarche que nous avons proposée consiste à se placer dans le cadre de l'inversion bayésienne en utilisant l'échantillonneur de Gibbs que l'on conjugue avec le formalisme de lissage de Kalman pour obtenir des simulations stochastiques des paramètres et des températures. Cette méthode nous a permis d'aller au delà de la réponse à la problématique par des estimations « ponctuelles », en montrant les causes d'une précision insuffisante et en pointant l'importance du dosage entre la connaissance *a priori* sur le modèle de comportement thermique du bâtiment et les hypothèses sous-jacentes d'un côté et le comportement réel du bâtiment de l'autre.

1.4 Organisation du document

Ce manuscrit est structuré en six chapitres. Après ce chapitre introductif qui présente la problématique, le contexte et les contraintes expérimentales, le deuxième chapitre dresse un état de l'art succinct des différentes modélisations du bâtiment en thermique du bâtiment (les régulateurs ne sont pas pris en compte) en se focalisant sur les modèles d'ordres réduits (statiques ou dynamiques d'ordre ne dépassant pas 3) et qui sont d'origine physique. Nous présentons également les différentes approches d'identification existantes en thermique du bâtiment en explicitant à chaque fois l'objectif, le cadre d'application (données utilisées, pas d'échantillonnage, ...) et les limites de chaque méthode.

Les contraintes supplémentaires que nous avons par rapport à ces cas traités dans la littérature, notamment l'absence de mesures de la grandeur régulée (température intérieure) pour un bâtiment agissant en boucle fermée, nous orientent vers une exploration de la procédure générale d'identification. Notre démarche vise à déterminer les précautions à prendre et les conséquences que l'on peut prévoir sur la qualité des résultats de l'estimation des paramètres du bâtiment. Ceci fait l'objet du troisième chapitre qui présente également les questions d'« identifiabilité » et d'« informativité » dans le cadre général de systèmes discrets⁸ à dynamiques linéaires.

Par ailleurs, comme dans certains cas (utilisation de systèmes de Gestion Technique du Bâtiment par exemple) on peut disposer d'enregistrements de la température intérieure du bâtiment, nous

8. Nous utiliserons le terme « discret » pour désigner les systèmes à temps discret par opposition aux systèmes à temps continu

avons consacré une partie de ce chapitre aux approches d'identification en boucle fermée. En effet, cette dernière requiert la disponibilité de mesures de la grandeur régulée (température intérieure) et de la grandeur qui assure la régulation (consommation de chauffage).

Le quatrième chapitre est dédié à l'application de la démarche d'identification décrite au chapitre 3 à un jeu de données provenant d'une modélisation fine d'un bâtiment. Ce dernier est composé de cinq zones thermiques (pièces) et modélisé à l'aide du logiciel CLIM2000 (développé par EDF). Pour identifier son comportement, le bâtiment a été assimilé à une zone thermique unique avec une consommation électrique, échantillonnée au pas de temps de 5 minutes et égale à la somme des consommations de toutes les zones. Bien que les résultats de l'identification soient satisfaisants en ce qui concerne l'aspect prédictif du système identifié, la précision sur les paramètres suggère l'exploitation d'un élément important : la connaissance *a priori* thermique et sectorielle.

Ainsi, le cinquième chapitre nous place dans un cadre plus général de problème inverse, que nous nous proposons de résoudre sous un angle bayésien. En effet, non seulement les connaissances *a priori* sont plus facilement exploitables mais la méthode, basée sur l'échantillonneur de Gibbs, que nous proposons fournit des simulations stochastiques des inconnues (incluant paramètres du modèle global et températures) plus riches en information : elles offrent la possibilité de construire plusieurs estimateurs, donnent plus de renseignements sur la dispersion de chaque variable y compris dans sa dissymétrie, avantage qu'un calcul de variance ne permet pas de réaliser.

Enfin le sixième chapitre est consacré aux résultats de l'inversion bayésienne appliquée au bâtiment. L'algorithme est d'abord appliqué à un jeu de données de synthèse afin de tester ses performances et d'évaluer l'amélioration ou la dégradation des résultats vis à vis de plusieurs facteurs comme la pertinence de la connaissance *a priori* sur les paramètres ou la condition initiale sur les températures. Ce cas test a également servi pour illustrer quelques heuristiques classiquement utilisées pour diagnostiquer la convergence des algorithmes de simulations stochastiques.

Les données CLIM2000 ont ensuite été étudiées et les résultats obtenus donnent des éléments de réponse sur la précision obtenue par la méthode d'identification du chapitre 4.

L'application de l'algorithme d'inversion bayésienne sur des données réelles d'un bâtiment constitué de plusieurs bureaux, en occupation normale, remet en question certaines hypothèses, notamment l'approximation mono-zone lorsque les consignes de températures dans les différents bureaux ne sont pas synchrones et la non prise en compte de la saturation. En ce qui concerne cette difficulté, nous justifions la nécessité de sa prise en compte et proposons quelques pistes dans le cas où le régulateur est une simple action proportionnelle.

En guise de perspectives à ce travail, nous suggérons la voie de la simulation hamiltonienne qui, du fait qu'elle ne requiert que des conditions de différentiabilité, pourrait résoudre aussi bien le problème de la saturation que celui de bâtiments multi-zones (nous pensons en effet à sa modélisation sous forme de réseau de « zones »).

Chapitre 2

Approches antérieures de modélisation et d'identification du comportement thermique de bâtiment

Introduction

Ce chapitre présente une synthèse des méthodes de modélisation du comportement thermique, classées en deux familles : les approches statiques et les approches dynamiques ainsi qu'un aperçu sur les méthodes d'identification en thermique du bâtiment. Nous détaillons ensuite un cas particulier de ces modèles, à savoir le modèle R3C2 développé par EDF et qui est le modèle du bâtiment retenu dans la thèse compte tenu des objectifs et des spécificités du cas d'application considéré.

2.1 Modèles du bâtiment

L'intérêt porté au bâtiment, vu comme étant un système qui interagit de manière dynamique avec un ensemble de données climatiques et conditionné par le comportement de l'occupant (apports calorifiques dus à la présence de personnes, appareillage domestique, gestion du chauffage, etc.) est relativement récent. En effet les premières études remontent à la fin des années 70 et ont été confrontées à deux difficultés majeures :

1. Manque d'informations détaillées sur la constitution du bâtiment.
2. Incertitude portant sur les usages et le comportement des occupants.
3. Capacités limitées des moyens de calcul et d'expérimentation du bâtiment.

Deux démarches ont été adoptées pour modéliser le bâtiment. La première s'intéressait à une modélisation simplifiée pour s'affranchir des limitations des moyens de calcul. Les modèles proposés sont d'ordre réduit et les paramètres sont issus de relevés sur site (puissance électrique,

température intérieure, etc.). La deuxième s'intéressait à la compréhension des phénomènes d'échange thermiques dans le bâtiment à des fins de simulation¹.

Nous proposons de classer les modèles existants en deux familles en fonction de l'approche adoptée, à savoir une approche statique et une approche dynamique. Le choix de l'approche est lié essentiellement à la simplicité du modèle adopté et au pas de temps choisi.

2.1.1 Modèles statiques

Les modèles statiques sont dédiés à la modélisation du régime permanent du bâtiment (la température intérieure est égale à la consigne à chaque instant et les sollicitations sont constantes dans le temps). Ce régime se traduit par un équilibre thermique, assuré à chaque instant, entre les échanges extérieurs (météo essentiellement) et intérieur (apports de chauffage) de l'enveloppe² du bâtiment.

De ce fait, les modèles statiques sont conçus pour exprimer la charge du chauffage (puissance appelée) en fonction des sollicitations extérieures (par exemple température extérieure, ensoleillement, etc.) selon l'équation de bilan thermique (Richalet [58]) :

$$Q = L(T_{int} - T_{ext}) - A_s I + \varepsilon \quad (2.1)$$

où :

- Q : puissance du système de chauffage (W) ;
- L : *coefficient de déperditions statiques globales* ($W/^\circ C$) (dénommé *GV* en France, *UA* aux États Unis) ;
- T_{int} : température intérieure moyenne du bâtiment ($^\circ C$) ;
- T_{ext} : température extérieure moyenne ($^\circ C$) ;
- A_s : *surface équivalente sud* (m^2), notée parfois S , est une surface fictive de paroi verticale orientée au sud recevant la même énergie solaire que l'ensemble des vitrages du bâtiment. elle est obtenue à partir de la taille des vitrages en prenant en compte un taux de transmission moyen de 0.6 et en multipliant par un facteur dépendant de l'orientation. Ce facteur vaut généralement 1 pour le sud, 0.5 pour l'est et l'ouest et 0 pour le nord.
- I : *ensoleillement global vertical sud* (W/m^2), c'est l'énergie solaire reçue par une paroi verticale orientée au sud ;
- ε (W) : grandeur dépendant de l'état des variables mesurées en début et en fin de la période d'observation, elle est pondérée par l'inverse du pas de mesure $1/\Delta t$.

La différence entre les modèles proposés est liée au choix du nombre et des hypothèses faites sur les excitations du système étudié, la température extérieure étant un facteur commun à tous les modèles statiques.

Les modèles existants constituent soit une simplification de l'équation 2.1 en négligeant ε et éventuellement les apports solaires, soit un enrichissement en développant ε sous forme de contributions d'autres sollicitations comme la vitesse du vent par exemple. Dans la suite, deux exemples sont présentés pour illustrer cette famille de modèles.

1. Dans ce contexte, la « simulation » signifie : quantifier la réaction du bâtiment, au sens variation de la température ou d'énergie consommée, quand toutes les informations sur le bâtiment, les données météo et les usages sont connues et parfaitement maîtrisées.

2. l'enveloppe d'un bâtiment est l'ensemble des parois qui constituent sa structure.

2.1.1.1 Premier exemple : signature énergétique simple

Ici, l'objectif est d'exprimer la charge de chauffage en fonction de la température extérieure. Cette méthode a été conçue pour répondre au besoin d'analyser les consommations de chauffage en l'absence de mesures détaillées de grandeurs thermiques du bâtiment. Le cas d'application typique étant des données mensuelles de consommation de chauffage et de température extérieure.

L'approximation de l'équilibre thermique consiste à considérer tous les apports calorifiques autres que le chauffage constants, l'équation se résume dans ce cas à :

$$Q = a + b(T_{int} - T_{ext})^+ \quad (2.2)$$

où seules les périodes de chauffe sont prises en compte³, soit :

$$(T_{int} - T_{ext})^+ = \max((T_{int} - T_{ext}), 0)$$

L'équation 2.2 peut encore se simplifier avec l'hypothèse de variations très faibles de la température intérieure du bâtiment, le bilan thermique du bâtiment ne nécessite plus les mesures de la température intérieure et peut se mettre sous la forme :

$$Q = \alpha + \beta T_{ext} \quad (2.3)$$

Les coefficients α et β sont estimés par régression linéaire à partir d'un nuage de point correspondant aux données journalières, hebdomadaires ou mensuelles collectées au niveau du bâtiment comme l'illustre la figure 2.1.

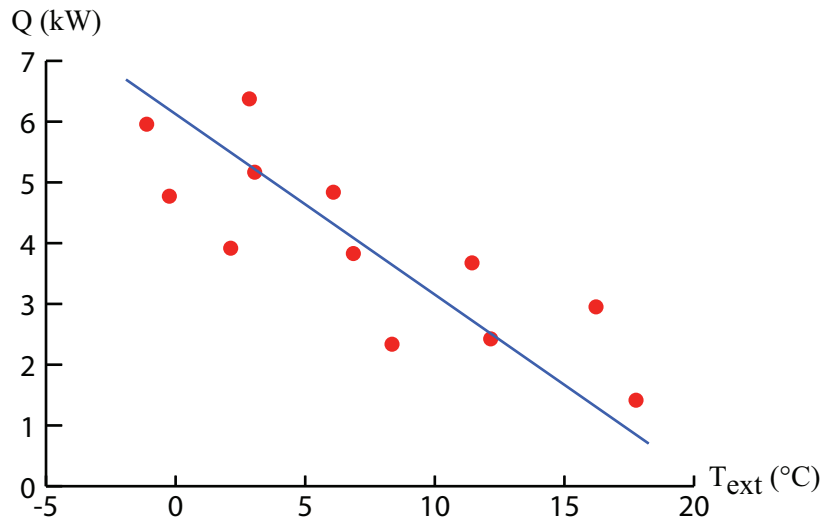


FIGURE 2.1: Courbe de signature énergétique en fonction de la température extérieure

La droite de régression obtenue est appelée **signature énergétique** du bâtiment. Elle a été utilisée dès le début des années 80 pour étudier les performances d'une banque de données constituée de 128 logements résidentiels aux états unis et en Europe (Ribot et al [57]).

3. La même démarche peut être menée pour la climatisation.

Variante utilisant le Degré Jour Il peut aussi être intéressant de comparer des bâtiments dans des zones climatiques différentes ou d'évaluer leurs besoins de chauffage non pas pour une température extérieure donnée mais en fonction de la sévérité du climat. On définit alors la notion de **Degré Jour (DJ)** (Météo France [51]) :

Définition 2.1.1.1. *Pour un lieu donné, le Degré Jour est une valeur représentative de l'écart entre la température d'une journée donnée et un seuil de température préétabli. Il sert en général à évaluer les dépenses en énergie pour le chauffage ou la climatisation.*

Pour un lieu donné, le Degré Jour correspondant au jour J est calculé, à partir des températures extrêmes de ce même jour, par la méthode dite « Météo »⁴ détaillée par l'algorithme 2.1 :

Algorithme 2.1 *Calcul du degré Jour par la méthode dite « Météo »*

- déterminer la température extérieure minimale, T_{min} , relevée sur la période allant de $J - 1$ à 18h00 à J à 18h00 ;
 - déterminer de la même manière la température extérieure maximale T_{max} mesurée entre J à 6h00 et $J + 1$ à 6h00 ;
 - définir une température de seuil T_{seuil} , qui constitue une référence de non chauffage, généralement égale à 18°C ;
 - calculer la moyenne $T_{moy} = \frac{T_{min} + T_{max}}{2}$;
 - $\begin{cases} DJ = T_{seuil} - T_{moy} \text{ si } T_{moy} < T_{seuil} \\ DJ = 0 \text{ sinon} \end{cases}$
-

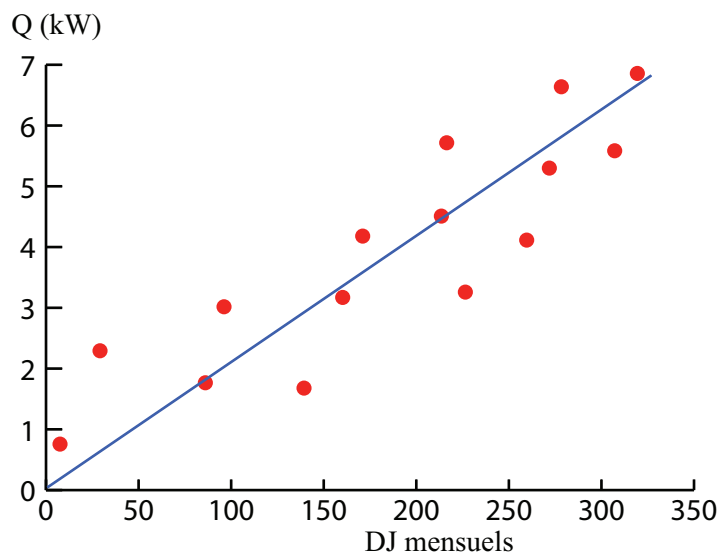


FIGURE 2.2: *Courbe de signature énergétique en degrés jours*

4. Il existe une autre méthode de calcul de DJ appelée « méthode Professionnels de l'énergie » plus adaptée aux sociétés d'exploitation de chauffage

2.1.1.2 Deuxième exemple : variation de température extérieure et d'ensoleillement

Ici, l'idée est d'enrichir le modèle précédent et ce en prenant en compte la variation du flux solaire en plus de l'influence de la température extérieure. La droite de régression linéaire est décrite par l'équation suivante :

$$Q = a + bT_{ext} + cI$$

où Q est le flux de chauffage et I l'ensoleillement. Les paramètres a , b et c sont calculés par régression aux moindres carrés connaissant un échantillon de valeurs moyennes des entrées/-sortie.

Les méthodes de signature énergétique sont le plus souvent utilisées pour une échelle d'observation mensuelle, hebdomadaire ou quotidienne. Elles servent à établir un diagnostic de consommation en détectant les éventuelles dérives (points correspondants à des consommations atypiques par rapport à la droite de régression).

2.1.1.3 Avantages et limites

Les modèles statiques dits de « signature énergétique » présentés précédemment sont des modèles simples. Ils offrent la possibilité d'avoir une première caractérisation du bâtiment (pour le diagnostic par exemple) à travers l'estimation de son gain statique. Mais, ils présentent les trois limitations suivantes :

- ils nécessitent une durée d'observation assez longue, allant d'une dizaine de semaines jusqu'à plusieurs périodes de chauffe (donc d'années) si l'on travaille avec des pas de temps mensuels ;
- ils ne prennent pas en compte le comportement du bâtiment en régime transitoire, comportement qui est utile pour une connaissance plus fine du bâtiment ;
- ces modèles ne permettent pas de rendre compte de la régulation du chauffage, bien que les deux composantes interagissent nécessairement.

2.1.2 Modèles dynamiques

Ces modèles ont été proposés afin de prendre en compte le comportement du bâtiment en régime transitoire quand il subit les différentes sollicitations. Ils s'inscrivent dans une logique d'amélioration de la connaissance du fonctionnement du bâtiment afin de répondre au confort souhaité par le client et de mieux connaître le profil énergétique de ce dernier.

Nous classons les modèles dynamiques en deux familles : les modèles de signature énergétiques et les modèles physiques.

2.1.2.1 Modèles de « signature énergétique »

Ces modèles sont obtenus en enrichissant les modèles statiques de signature énergétique présentés précédemment afin de prendre en compte la réponse du bâtiment aux différentes sollicitations au cours du temps. En effet, le modèle statique n'est pas réaliste au sens où il n'est pas envisageable de substituer les sollicitations par leurs valeurs moyennes. Pour illustrer cette

famille de modèles, nous citons le modèle développé par EDF (Gharbi et al [25]) et décrit par l'équation suivante :

$$T_{int}(t) + \tau \frac{dT_{int}(t)}{dt} = T_{ext}(t) + \frac{1}{GV}q(t) + a_Q \tau \frac{dq(t)}{dt} + \frac{S\varphi_{sh}(t)}{GV}$$

où T_{int} , température intérieure, T_{ext} température extérieure, q flux de chauffage et φ_{sh} flux solaire global sur surface sud équivalente.

Il s'agit d'un modèle à quatre paramètres :

- Deux paramètres statiques
 - Déperditions statiques GV , V étant le volume chauffé et G le coefficient volumique de déperditions statiques
 - Surface solaire équivalente S .
- Deux paramètres dynamiques
 - Constante de temps du bâtiment τ
 - Ressaut au flux de chauffage a_Q

L'identification de ce modèle, par moindres carrés récursifs, a été mise en oeuvre et évaluée à partir de données météo réelles et de séquences pseudo aléatoires de marche/ arrêt du système de chauffage au pas de temps de 30 minutes. Les précisions obtenues pour les différents paramètres sont acceptables sauf pour la surface solaire équivalente où le résultat est aberrant (41% de précision) (Gharbi et al [25]).

2.1.2.2 Modèles thermiques détaillés

Ces modèles s'inscrivent dans une démarche de compréhension physique du comportement du bâtiment. Ils reposent sur une connaissance parfaite du système à modéliser et des scénarios d'excitation. Il s'agit d'une approche descendante de modélisation, le modèle global étant obtenu par résolution des équations de la physique, discrétisées sur des volumes élémentaires du bâtiment.

Description des échanges thermiques du bâtiment

Les échanges thermiques du bâtiment avec l'extérieur sont gouvernés par deux facteurs :

- la température extérieure
- le flux solaire qui se décompose en deux parties :
 - Flux diffus : dépend de l'état du ciel (nuageux ou pas), sa direction n'est pas prédéfinie
 - Flux direct

Les trois mécanismes d'échange de chaleur sont la conduction, la convection et le rayonnement illustrés sur la figure 2.3 :

- Conduction : le transfert se fait dans la masse du matériau, en effet la chaleur acquise par les particules leur confère une énergie cinétique, qui par brassage, permet de transférer l'énergie des zones les chaudes vers celles qui le sont moins. L'exemple type de ce transfert est celui d'une tige dont une des extrémités est chauffée.
- Convection : il s'agit aussi d'agitation de particules, mais à un niveau plus macroscopique entre un fluide et une paroi. Les particules du fluide, une fois en contact avec la paroi, lui transmettent la chaleur par conduction et laissent la place à d'autres particules en mouvement. La grande différence par rapport à la conduction est qu'il s'agit plutôt d'un phénomène de transfert par le transport.

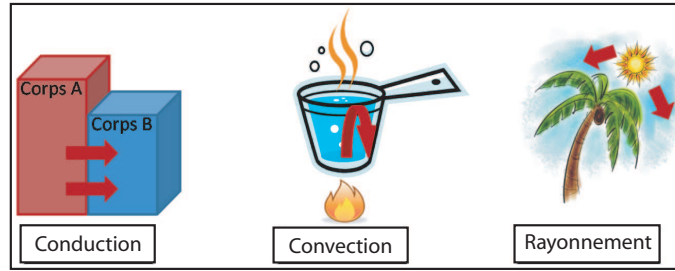


FIGURE 2.3: Modes de transfert thermique

- Rayonnement : pour ce mode de transfert, il n'y a pas de contact entre le corps qui transmet la chaleur et celui qui la reçoit, comme c'est le cas de l'énergie rayonnée par le soleil. Ce sont les photons, « particules » se déplaçant à la vitesse de la lumière, qui émettent de l'énergie en fonction de leurs longueurs d'onde.

Modélisation à l'échelle d'un volume élémentaire

Le système à modéliser est décomposé en volumes élémentaires homogènes noté V_i .

Soit T_i la température du volume V_i , le bilan thermique de cette unité est décrit par l'application de l'équation de conservation de l'énergie :

$$(\rho C)_i \cdot V_i \cdot \frac{dT_i}{dt} = \sum_k \phi_{ik}(t) + P_i(t) \quad (2.4)$$

avec :

$(\rho C)_i$: la capacité calorifique du matériau qui compose le volume V_i ,

$P_i(t)$: l'ensemble des sollicitations externes,

$\phi_{ik}(t)$: les flux échangés aux interfaces de V_i

Conditions aux limites

La résolution de l'équation de la chaleur à l'échelle du bâtiment nécessite de prendre en compte les conditions aux limites du système analysé. Ces dernières se situent au niveau des murs, des vitres et des planchers. Ils matérialisent l'interaction entre la surface et l'environnement sous forme d'échanges convectifs et radiatifs. Parmi les sources de non linéarité, citons :

1. Pour les échanges convectifs de la surface extérieure de la paroi : le flux échangé est

$$\phi_{CE} = h_{CE}(T_{AE} - T_{SE})$$

dépendant du coefficient d'échange convectif, de la température sèche de l'air extérieur et de la température de la surface extérieure de la paroi. Avec $h_{CE} = a + bv^n$, fonction affine de la puissance (non forcément entière) du vent.

2. Pour les échanges radiatifs : vient de la décomposition géométrique complexe de l'ensoleillement (formules de Fresnel) au niveau des vitrages pour les échanges à courtes longueurs d'ondes. En ce qui concerne les grandes longueurs d'ondes, le flux est également non linéaire en fonction des températures (en T^4 , corps noirs).

Nous précisons que la discrétisation temporelle est souvent faite par la méthode des différences finies (voir les travaux de Dautin [13] par exemple), mais peut également être obtenue par intégration de l'équation 2.4.

2.1.2.3 Modèles réduits

Cette famille de modèles regroupe :

- les modèles obtenus par réduction des modèles thermiques détaillés ;
- les modèles électriques équivalents obtenus par analogie électrique.

Modèles thermiques réduits L'objectif ici est de s'affranchir de la complexité calculatoire rencontrée en utilisant les modèles détaillées. Ainsi, deux approches ont été proposées pour réduire ces modèles (on pourra se référer à Petit [55] ou Ménézo [48] pour plus de détails sur les méthodes de réduction).

La méthode de réduction modale Si le bâtiment est représenté sous forme d'état décrite par l'équation 2.5, la réduction sous forme modale consiste à effectuer un changement de base (base modale) pour diagonaliser la matrice d'évolution A (Dautin [13], Gao et al [19], etc.).

$$\begin{cases} X_{k+1} = AX_k + BU_k \\ Y_k = CX_k + DU_k \end{cases} \quad (2.5)$$

Les valeurs propres les plus significatives sont gardées, cette opération est appelée troncature du système dans sa base modale. L'intérêt de cette approche est la conservation des constantes de temps du système initial dans le modèle réduit. Mais elle ne conserve pas les modes qui sont les plus sensibles aux sollicitations et qui agissent le plus sur la sortie (notions de commandabilité et d'observabilité).

Cette méthode, dite de Marshall ([42]), ne s'appuie que sur un critère temporel (constantes de temps) pour effectuer la troncature. Cette dernière peut être améliorée par l'utilisation de la méthode de Moore ([50]).

La méthode de réduction de Moore Cette méthode consiste à optimiser le placement des pôles et des zéros de façon à conserver les parties de l'état les plus commandables et observables. Afin d'éviter les oscillations qui pourraient provenir de l'existence de pôles et zéros complexes conjugués, ces derniers sont approchés par des systèmes de premier ordre [15]. Cette méthode est utilisée notamment dans logiciel de simulation des bâtiments utilisé par EDF et appelé PAPTER.

Modèles électriques équivalents Une deuxième catégorie consiste à modéliser le bâtiment par un circuit électrique équivalent simple (RC, R2C2, R3C2, . . .) (Laret [38], Colombier, Veyrat, Marti et Rignac [43], Roux [62]...). Elle repose sur la modélisation de l'enveloppe du bâtiment par analogie électrique.

Flux	⇔	Courant électrique
Flux imposé	⇔	Générateur de courant
Température	⇔	Potentiel électrique
Température imposée	⇔	Générateur de tension
Conductance thermique	⇔	Conductance électrique
Capacité thermique	⇔	Condensateur électrique

Le choix du nombre de résistances et capacités et leur configuration permet de restituer prioritairement les basses fréquences du système et son régime permanent. L'analogie électrique permet de comprendre la structure du modèle par une observation rapide du circuit équivalent. Il est aisé de la modifier pour prendre en compte des spécificités du bâtiment (point d'injection du flux solaire, couplage avec une autre zone thermique, etc.).

2.2 Les méthodes d'identification en thermique du bâtiment

2.2.1 Identification de composants de la paroi du bâtiment

De nombreuses études concernant la modélisation et l'identification de transferts thermiques ont été menées (Androutsopoulos et al [2], Wouters, Jimenez and Madsen[33], ...). Ceci s'inscrit dans le cadre de projets comme IQ-TEST et PASLINK EEIG où des compétitions internationales (1994, 1996) et des groupes de travail (dix dernières années) ont été organisés afin de comparer les différents logiciels (Matlab muni de sa boîte à outils identification et LORD essentiellement) et méthodes d'identification utilisés.

La comparaison a été faite au départ pour un jeu de données simulées bruitées comprenant les températures intérieure et extérieure et le flux solaire (pour certains cas) pour différentes compositions de murs. La modélisation des composants est faite par des circuits électriques équivalents. Le nombre de résistances et capacités utilisées croît avec la complexité des compositions des parois. Ensuite le flux solaire a été pris en compte et des données expérimentales ont été utilisées (cellules test).

Bien que ces études ne portent que sur des composants (multicouches) et non sur un bâtiment dans sa globalité, il est important de souligner les points suivants :

- Les incertitudes sur les paramètres sont difficiles à estimer.
 - Les capacités thermiques sont plus difficiles à estimer que les résistances (erreur relative dépassant les 100% dans certains cas).
 - Le flux solaire reste un paramètre non parfaitement maîtrisé.
 - L'écart entre les valeurs maximale et minimale de la consigne doit au moins être égal à 10°C.
- Des études plus détaillées du flux solaire ont également été faites dans le cadre de projets menés par l'agence internationale de l'énergie. Elles montrent la difficulté de modéliser la transmittance g de l'énergie solaire dont la valeur moyenne présente des variations périodiques saisonnières et dépend de :
- Orientation de la façade vitrée.
 - Élévation du soleil.
 - Existence et nature des volets (surface, couleur, matériau, angle d'inclinaison, ...).
 - Disposition des meubles. . .

Ces difficultés peuvent s'expliquer par les propriétés suivantes du flux solaire (Dautin [13]) :

- Le rayonnement solaire au niveau de la surface terrestre, se situe dans les courtes longueurs d'onde ($< 2.5 \mu m$) et dépend de la hauteur du soleil (h), définie comme l'angle entre les rayons du soleil et le plan horizontal (les variations de h sont liées au fait que la trajectoire de la Terre autour du soleil est elliptique). En effet plus la hauteur augmente, moins l'épaisseur des couches atmosphériques traversées est importante, et moins il y a d'atténuation.
- Le flux solaire provenant de l'atmosphère est composé de 2 termes (le direct et le diffus). Mais, un capteur situé à la surface terrestre reçoit 3 types de flux solaires. Cette troisième

composante correspond au flux réfléchi par le sol : les flux direct et diffus sont en effet réfléchis sur le sol de façon diffuse.

La proportion du flux diffus par rapport au direct est très variable. Pour des journées nuageuses, le direct peut être très faible et le diffus important.

- La position relative du soleil par rapport à un point sur Terre, varie en fonction du temps. C'est en partie cet aspect géométrique du rayonnement solaire qui introduit des termes dépendant du temps dans les équations de la thermique du bâtiment.

2.2.2 Objectifs de l'identification et choix inhérents

Les études d'identification sont généralement faites soit dans le but d'élaborer une commande pour le processus identifié soit pour faire un diagnostic (détection de défaut par exemple). Le choix de l'une ou l'autre des approches est déterminant pour la planification de scénarios types d'excitation du système à identifier, et aussi pour les critères d'évaluation de la qualité de l'identification.

2.2.2.1 Identification pour le diagnostic

Le but « naturel » de la procédure d'identification est de caractériser le comportement dynamique d'un processus physique. L'identification se fait alors en boucle ouverte selon le schéma suivant :

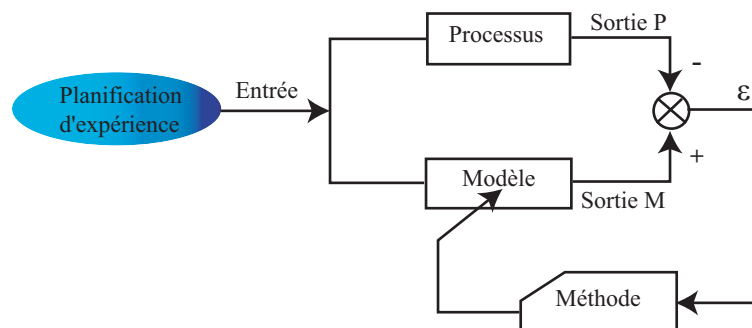


FIGURE 2.4: *Identification pour le diagnostic*

Afin de cerner la réponse du processus sur une large bande fréquentielle, il est souvent question d'utilisation de signaux riches fréquentiellement, dont le plus connu est la séquence binaire pseudo aléatoire (SBPA), version numérique du signal blanc (contenant toutes les fréquences). La seule limitation étant au niveau des conditions expérimentales.

Cette approche a fait l'objet des travaux de thèse de Richalet [58], pour différents types de modèles : statiques et dynamiques d'ordre deux (réduits ou électriques équivalents). Les enseignements que l'on peut en tirer sont essentiellement :

- L'introduction de paramètres physiques dans le vecteur des paramètres (constantes de temps, GV,...) permet de simplifier l'initialisation de l'algorithme d'identification. En effet, le risque que présente la plupart des algorithmes d'optimisation est celui de minimiseurs locaux, si l'initialisation est trop éloignée de la réalité physique.

- Les modèles statiques de signature énergétique nécessitent une période au moins hebdomadaire d'acquisition de données et une période d'expérimentation d'au moins dix semaines alors que les modèles dynamiques permettent de travailler avec des périodes de l'ordre de la semaine.
- En l'absence de variabilité suffisante de l'ensoleillement, les contributions associées à la sollicitation solaire sont systématiquement biaisées.

2.2.2.2 Identification pour la commande

La détermination des caractéristiques dynamiques d'un procédé donné se fait dans le but de concevoir un régulateur performant. Les conditions de fonctionnement normal sont en général retenues et l'identification se fait selon le schéma suivant :

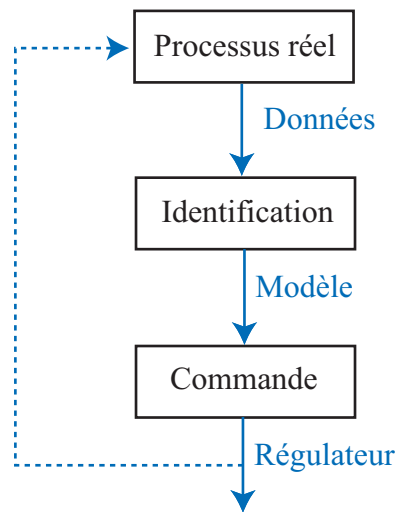


FIGURE 2.5: *Identification pour la commande*

Les sollicitations ne font pas l'objet d'une planification particulière puisque le but est d'assurer un fonctionnement optimal vis à vis des entrées réelles. Il en résulte que le modèle identifié est adéquat pour ce type de scénario mais explique difficilement la dynamique du processus réel pour un jeu de données différent. De même, le régulateur synthétisé est du même ordre que le modèle (même niveau de complexité).

La procédure d'identification peut cependant être itérative (cas des commandes robustes), auquel cas il y a un couplage entre les étapes d'identification et de commande. En effet, une erreur sur les paramètres du modèle induit une erreur sur les paramètres du régulateur, qui sont par ailleurs des degrés de liberté du problème, puisque le critère optimisé porte sur le système global régulé.

Parmi les travaux qui ont adopté cette approche en thermique du bâtiment, on peut citer :

- Thèse de Alaoui (1992) [4] : la structure du modèle du bâtiment est de type fonction de transfert d'ordre deux à trois entrées (température extérieure et flux solaire décomposé en deux parties). L'identification est faite à deux échelles de temps : rapide et lente à partir de filtrage passe haut et passe bas des données.
Chaque dynamique est identifiée dans son échelle de temps en conservant la continuité pour

les fréquences intermédiaires. La méthode a été appliquée à des données de synthèse et les résultats sont plus satisfaisants que ceux obtenus aux moindres carrés classiques. Ces résultats soulignent néanmoins la sensibilité de la méthode quant au choix de la fréquence de coupure du filtre passe bas.

- Thèse de Fraisse (1997) [18] : les travaux répondent à la question d'optimisation de la gestion centralisée des scénarios d'intermittence. Le coût à minimiser est la consommation de chauffage sans toute fois compromettre le degré de confort dans le bâtiment. La régulation centralisée constitue une contrainte imposée par la réglementation thermique de 88 pour les bâtiments à occupation discontinue. Cette catégorie regroupe typiquement les locaux tertiaires dont le taux d'occupation ne dépasse pas 30% dans certains cas.

La commande floue est conçue, à partir d'un ensemble de quelques dizaines de règles concernant les variables d'état, pour des cas test de bâtiments multi-zones. Ces bâtiments sont modélisés sous forme de circuits électriques équivalents, d'ordre supérieur à 10 et dépassant la centaine de paramètres. La plus grande partie des paramètres est fixée à partir d'une connaissance exhaustive du bâtiment et le calage du modèle par rapport au bâtiment réel se fait au niveau de quelques variables comme l'inertie du bâtiment.

Bien que la solution développée soit plus intéressante que les relances à heure fixe ou en fonction de la température extérieure, les performances du système de régulation par commande floue montrent une grande sensibilité par rapport au nombre de règles floues utilisées. Ceci reflète l'effet d'une incompatibilité entre la connaissance thermique servant à définir les règles et le comportement thermique du bâtiment.

- Thèse de Armstrong (2004)[3] : l'identification est faite pour des données enregistrées dans des cellules test multi-zones, au pas de temps de 15 minutes. Plusieurs versions de modèles de type ARX ont été envisagées selon le choix des entrées et sortie. En effet dans un premier temps la puissance de chauffage/climatisation est une commande (ou entrée) alors que la température intérieure est une observation (sortie), dans un deuxième temps c'est l'inverse qui a été adopté et finalement, une combinaison de la température intérieure et de la consommation de chauffage/climatisation est choisie comme observation.

Plusieurs ordres de modèle (de 1 à 5) ont été envisagés et les résultats soulignent surtout la difficulté de choisir une température représentative pour un bâtiment multi-zone. Le troisième type de modèle combinant la puissance et la température donne des résultats plus satisfaisants que les deux premiers qui se sont révélés instables.

Le modèle identifié est ensuite utilisé pour la synthèse d'un régulateur de chauffage ou climatisation avec un objectif double : maintien du confort et évitement des pics d'appel de puissance. Cette démarche est menée dans un cadre de simulation et non sur des bâtiments réels.

2.3 Modèle retenu dans la thèse - le modèle R3C2

L'objectif de la thèse consiste à proposer une méthode d'identification d'un modèle du comportement thermique du bâtiment. Étant donnée la diversité des modèles existants et l'absence de critère de comparaison de ces modèles, nous avons choisi de considérer le cas particulier d'un modèle composé :

- d'un modèle électrique équivalent proposé par EDF,

► d'un régulateur du type Proportionnel Intégral (PI).

Néanmoins, la méthode d'identification proposée devrait être généralisable aux cas où le modèle du bâtiment est un modèle d'ordre réduit autre que celui considéré dans la thèse.

Le choix du circuit équivalent R3C2, présentée sur la figure 2.6, pour modéliser le bâtiment est motivé par le fait que, dans la catégorie des modèles de connaissance, il réalise un compromis entre :

1. Les modèles de signature énergétique, généralement d'ordre 1 avec un gain et une constante de temps interprétables physiquement. Ils ont été conçus pour décrire les variations grossières de la consommation de puissance en fonction de l'écart entre la température extérieure et une température intérieure fictive. Cette dernière peut par ailleurs correspondre à un ensemble de bâtiment (à l'échelle du parc tertiaire bureaux par exemple) pour des pas de temps élevés (journaliers, mensuels, annuels,...)
2. Les modèles électriques équivalents, plus détaillés, risquent d'être sur-paramétrés (beaucoup de résistances pour décrire le détail des transferts dans les parois). Ces modèles, développés sous forme de réseau, sont en général fonction de la géométrie du bâtiment.

Présentation et interprétation du modèle R3C2 Dans le modèle R3C2, présenté sur la figure 2.6, l'enveloppe du bâtiment est modélisée par l'ensemble (R_i, R_o, C_s) (voir Marti et Rignac[43], Jazouli et Barrois[31]). La résistance R_f (en W/K) est une mise en parallèle de trois résistances R_{ra} , R_p et R_{le} :

$$\frac{1}{R_f} = \frac{1}{R_{ra}} + \frac{1}{R_p} + \frac{1}{R_{le}}$$

représentant respectivement les pertes dues au renouvellement d'air, les pertes hors renouvellement d'air (les deux types étant non déphasés) et la résistance des parois légères externes.

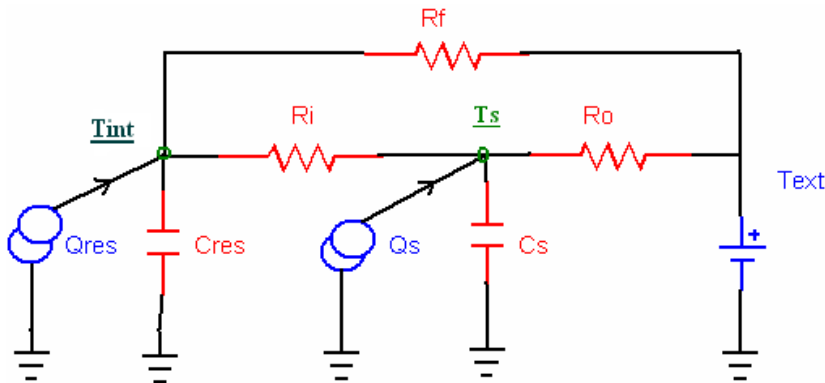


FIGURE 2.6: Schéma électrique équivalent R3C2

Les résistances R_i et R_o (en W/K) représentent les parois lourdes à forte inertie, le « pourcentage $R_i R_o$ »⁵ donne plus ou moins d'importance à l'interaction avec l'intérieur ou l'extérieur avec le déplacement du « potentiomètre » et le positionnement de la plus forte capacité du modèle, la capacité de structure C_s .

5. Appellation utilisée par les thermiciens et qui désigne la quantité : $\frac{R_i}{R_i + R_o}$

Le flux solaire Q_s est injecté directement au nœud de la température de structure T_s et la puissance de chauffage Q_{res} est injectée au nœud représentant la température intérieure T_{int} .

Le circuit électrique équivalent R3C2 est régi par les deux équations de premier ordre suivantes :

$$\begin{cases} Q_{res} = Q_{ch} + AI = C_{res} \cdot \dot{T}_{int} + \left(\frac{1}{R_f} + \frac{1}{R_i}\right) T_{int} - \frac{1}{R_i} T_s - \frac{1}{R_f} T_{ext} \\ Q_s = C_s \cdot \dot{T}_s + \left(\frac{1}{R_o} + \frac{1}{R_i}\right) T_s - \frac{1}{R_i} T_{int} - \frac{1}{R_o} T_{ext} \end{cases}$$

Synthèse

Les modèles développés pour décrire le comportement thermique du bâtiment se classent en deux catégories selon que l'approche soit ascendante ou descendante. Dans le premier cas, c'est le comportement statique qui a été d'abord la cible de la modélisation, menée avec des pas de mesure mensuels, hebdomadaires ou journaliers. Ces modèles ont ensuite été enrichis pour décrire le régime transitoire du bâtiment en incluant une constante de temps de quelques dizaines d'heures, ce sont les modèles dits « de signature énergétique » du bâtiment étudiés avec des pas de temps généralement horaires.

Dans le deuxième cas, le point de départ est une description détaillée du bâtiment à partir d'informations très précises sur sa géométrie, la composition de ses parois et les données météorologiques (température, flux solaire, vitesse du vent,...) au niveau de ses parois extérieures.

Des modèles d'ordre assez élevé (état à quelques centaines de composantes) sont obtenus à partir de la résolution des équations de conservation de l'énergie sur des volumes de contrôle. Selon la méthode de réduction adoptée, on peut soit obtenir des modèles d'ordres réduits (2 ou 3 généralement) de type boîte noire (réduction de Moore, méthode modale par exemple) soit des modèles dits « électriques équivalents » (si le modèle détaillé est mis sous forme de circuit électrique analogue et que la réduction se fait en remplaçant des parties du circuit par des conductances et capacités équivalentes).

Chapitre 3

Identification et problèmes mal posés

Ce chapitre est dédié à la présentation de la procédure d'identification, la mise en évidence de ses limites dans le cas de problèmes mal posés et la présentation d'outils mathématiques permettant de quantifier l'adéquation entre le modèle d'identification et la richesse des données. L'application de cette procédure d'identification ainsi que l'utilisation des outils d'identifiabilité dans le cas particulier du système « R3C2 + régulateur PI » fera l'objet du chapitre suivant.

3.1 La procédure d'identification

L'étude de systèmes réels (détection de défauts, analyse, conception de lois de commande, ...) nécessite la connaissance de leurs comportements dynamiques. D'un point de vue pratique, il est impossible caractériser tous les phénomènes physiques qui définissent la dynamique d'un procédé expérimental donné. En effet ces phénomènes sont très complexes et non tous accessibles à la mesure.

Ce dont on dispose en général est un ensemble de mesures de quelques signaux de sollicitations considérés comme les plus significatives et observations, recueillis dans un cadre expérimental précis. Ces mesures sont sujettes à des incertitudes d'origines diverses : précision des appareils de mesure, conséquences de l'acquisition des données et du traitement des signaux, ...

Ces aléas rendent la caractérisation du comportement d'un système réel assez complexe et impliquent des choix déterminants à plusieurs niveaux allant de la définition du protocole expérimental à la modélisation des incertitudes qui entachent les équations de la physique.

L'ensemble de ces choix et les traitements induits constituent la démarche d'identification qui fait l'objet de cette section. Nous y décrivons les principales étapes d'identification et détaillons les structures standards de modèles pour l'identification.

3.1.1 Les étapes préliminaires

Étant donné un ensemble de mesures collectées à partir d'un processus réel, les différentes étapes de la procédure d'identification sont décrites dans le schéma 3.1.

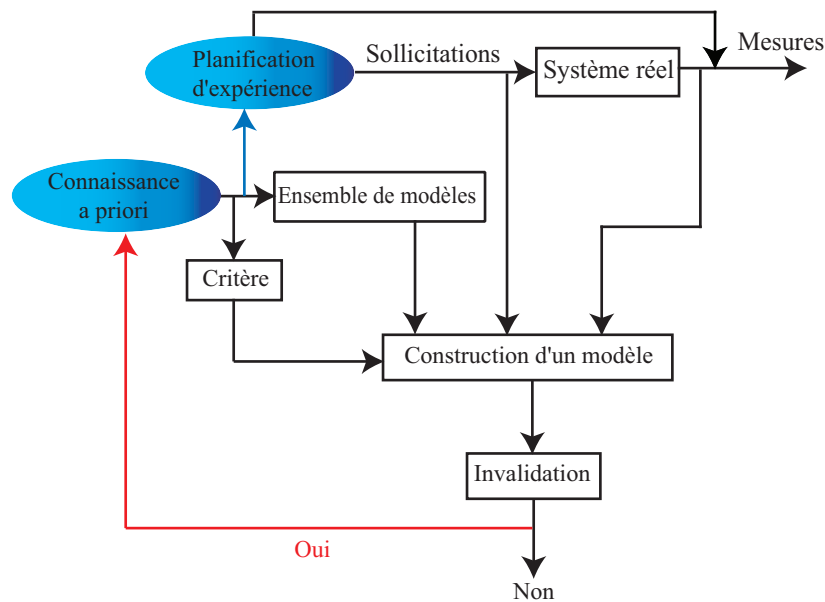


FIGURE 3.1: *Procédure d'identification*

La connaissance *a priori* : La connaissance *a priori* n'est pas une étape en soi, elle intervient à plusieurs niveaux de la démarche d'identification à commencer par l'aspect physique du fonctionnement du système réel. En effet, la connaissance des équations qui régissent la dynamique du système permet de présélectionner une structure pour l'identification. Si de plus, le choix de la séquence des données d'entrée est permis, la connaissance *a priori* des ordres de grandeur des paramètres du modèle permet de mieux planifier l'expérimentation (fréquences d'excitation en fonction des constantes de temps par exemple), afin d'optimiser la procédure d'identification.

La planification d'expérience : Il s'agit d'une étape préparée au préalable, tenant compte des spécificités du système à identifier (bande passante, ordre, ...) consistant à optimiser le protocole d'expérimentation de manière à enrichir le contenu informationnel des données collectées. Les choix à faire concernent notamment :

- le type des signaux de sollicitation
- la durée de l'expérimentation et la période d'échantillonnage des données.

Ensemble de modèles : Il existe deux classes de modèles, selon l'origine des équations décrivant le comportement dynamique du système réel et l'abstraction des paramètres :

1. Les modèles physiques (ou de connaissance) : basés sur la décomposition du phénomène en sous systèmes selon les lois de la physique. Les paramètres ont une interprétation (caractéristiques des parois, ...). La mise en oeuvre de modèles de cette catégorie permet d'exploiter des connaissances *a priori* fortes sur les valeurs des paramètres, mais elle présente en général des non linéarités soit en l'état soit en les paramètres.
2. Les modèles comportementaux (ou de représentation) : le système est écrit sous forme de relations purement mathématiques, qui expriment les sorties en fonction des entrées. Les

coefficients qui interviennent dans les équations n'ont pas de signification physique. Le modèle ainsi obtenu est généralement appelé « boîte noire ».

3.1.2 Structures de modèle et étapes clés

En plus de l'origine du modèle qui peut être physique ou purement mathématique, le choix de la structure du modèle est aussi une étape importante. La structure se compose : d'une part du modèle déterministe c'est à dire de la relation dynamique entre la sortie et l'entrée (c'est ce qui se passe dans le cas parfait ou tout l'environnement expérimental est maîtrisé et qu'il n'y a aucune perturbation).

La deuxième composante de toute structure pour l'identification est une dynamique de bruit, elle permet de modéliser toute l'incertitude que l'on a sur le modèle entrée/sortie, soit par rapport à la connaissance de la dynamique soit par rapport aux imperfections du protocole expérimental qui induisent des erreurs sur les mesures.

Pour illustrer la notion de structure, nous présentons d'abord la partie déterministe sous forme de fonction de transfert d'un système linéaire discret mono entrée mono sortie (SISO) illustré sur la figure 3.2.

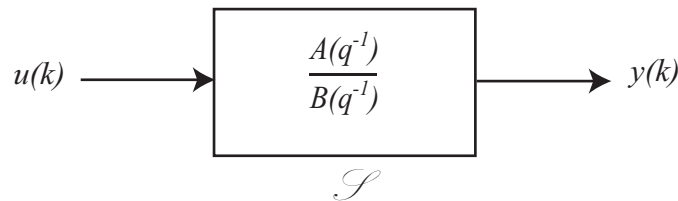


FIGURE 3.2: Écriture en fonction de transfert

La relation entre l'entrée u et la sortie y du système \mathcal{S} , dans ces conditions idéales d'absence d'incertitude, est :

$$\begin{aligned} y(k) + a_1 y(k-1) + \dots + a_{n_a} y(k-n_a) &= b_0 u(k) + \dots + b_{n_b} u(k-n_b) \\ \Leftrightarrow \underbrace{(1 + a_1 q^{-1} + \dots + a_{n_a} q^{-n_a})}_{A(q^{-1})} y(k) &= \underbrace{(b_0 + b_1 q^{-1} + \dots + b_{n_b} q^{-n_b})}_{B(q^{-1})} u(k) \end{aligned}$$

où les a_i et b_i sont les coefficients des polynômes A et B et q^{-1} l'opérateur retard (unitaire).

La partie déterministe de la structure est ainsi définie par le nombre de coefficients des deux polynômes. Le vecteur θ des paramètres inconnus du modèle est égal à l'ensemble des coefficients des polynômes dans le cas d'une modélisation en boîte noire. Dans le cas général les coefficients des polynômes $A(q^{-1})$ et $B(q^{-1})$ sont des fonctions des composantes de θ .

Il est parfois plus commode, lorsque la modélisation repose sur des équations de la physique, de présenter le système \mathcal{S} sous forme d'une représentation d'état :

$$\begin{cases} X[k+1] = A(\theta)X[k] + B(\theta)U[k] \\ Y[k] = C(\theta)X[k] + D(\theta)U[k] \end{cases}$$

Structure	expression de la sortie	inconnues
FIR	$y(t) = B(q^{-1})u(t) + e(t)$	B
ARX	$A(q^{-1})y(t) = B(q^{-1})u(t) + e(t)$	A, B
ARMAX	$A(q^{-1})y(t) = B(q^{-1})u(t) + C(q^{-1})e(t)$	A, B, C
OE	$y(t) = \frac{B(q^{-1})}{A(q^{-1})}u(t) + e(t)$	A, B
BJ	$y(t) = \frac{B(q^{-1})}{A(q^{-1})}u(t) + \frac{C(q^{-1})}{D(q^{-1})}e(t)$	A, B, C, D

Tableau 3.1: Structures linéaires classiques, les abréviations correspondent respectivement à : Finite Impulse Response, AutoRegressive with eXternal input, AutoRegressive Moving Average with eXternal input, Output Error et Box-Jenkins

Dans ce cas, la définition de la structure inclut l'ordre du modèle (taille de la matrice A à ne pas confondre avec le polynôme dans le cas d'une écriture sous forme de fonction de transfert) mais aussi la paramétrisation des matrices d'état : expression de A, B, C et D en fonction de θ .

Les structures de modèles pour l'identification comportent toujours un modèle de bruit, c'est ce qui permet de se placer dans un cadre stochastique, par opposition aux modèles déterministes où la connaissance du système est parfaite. Le bruit en entrée ou en sortie du système est généralement obtenu par filtrage d'un bruit blanc e . Le tableau 3.1 résume les structures de modèles linéaires, sous forme de fonctions de transfert discrètes, les plus utilisées en identification.

Le critère : Il existe en général plusieurs modèles candidats $\{\mathcal{M}(\theta) | \theta \in \mathcal{D}_{\mathcal{M}}\}$ correspondant à une structure \mathcal{M} donnée pour identifier le comportement d'un processus physique. Chaque modèle est défini par sa paramétrisation en un jeu de variables inconnues regroupées dans un vecteur θ .

Le sélection du modèle le plus adéquat consiste à estimer le jeu de paramètres θ à partir des observations recueillies (y_1, \dots, y_N) en minimisant un critère choisi au préalable. Cela consiste à définir l'application :

$$(y_1, \dots, y_N) \mapsto \hat{\theta}_N \in \mathcal{D}_{\mathcal{M}}$$

Au delà de l'aspect numérique de la méthode de détermination de ces inconnues, il existe plusieurs manières d'évaluer les modèles candidats. Par exemple, un modèle peut être le plus satisfaisant par rapport à l'ajustement au jeu de données disponibles ou alors par rapport à son pouvoir prédictif. Si y est la mesure, t le temps et θ le vecteur des paramètres inconnus, les critères les plus classiques en identification sont :

- la fonction coût à base d'erreur de prédiction : elle vise à minimiser l'écart entre la mesure et sa prédiction $\hat{y}(t|t-1, \theta)$ à l'instant t à partir de toutes les mesures jusqu'à $t-1$, ceci pour tous les instants soit généralement $J(\theta) = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N \|l(y(t) - \hat{y}(t|t-1, \theta))\|^2$, où l est une fonction linéaire (typiquement un filtre, lorsqu'on s'intéresse au comportement du système dans une gamme de fréquences donnée par exemple) ;
- la variable instrumentale (Soderstrom et Stoica [63] par exemple) : cette méthode permet de traiter le problème de biais sur l'estimateur de la méthode classique des moindres carrés. Pour simplifier, on considère le cas de régression linéaire de la forme : $y(t) = \phi^T(t)\theta + v(t)$, v étant un bruit qui peut être corrélé avec ϕ (dans le cas d'erreur dans les variables par

exemple), auquel cas l'estimateur $\hat{\theta}$ des moindres carrés est biaisé. Pour résoudre ce problème, on construit un « instrument » $Z(t)$, corrélé avec les variables explicatives contenues dans ϕ et non corrélé avec v . Le critère correspondant est dans ce cas :

$$J(\theta) = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N \|Z(t) [y(t) - \phi^T(t)\theta]\|^2$$

- le maximum de vraisemblance : c'est une méthode statistique qui consiste à inférer les paramètres à partir de la série de mesures disponibles, $y_{1:N}$. Si $f(y_1, y_2, \dots, y_N | \theta) = f(y_{1:N} | \theta)$ est la distribution des observations (ou mesures) par rapport aux paramètres, alors l'estimation par maximum de vraisemblance consiste à trouver le jeu de paramètres qui permet de maximiser cette fonction ou plus couramment son logarithme, $J(\theta) = \sum_{t=1}^N \ln(f(y_t | \theta))$ dans le cas d'un bruit additif sur la sortie avec indépendances des y_i .

Construction d'un modèle : C'est l'étape d'identification à proprement dite, elle consiste à déterminer le modèle qui décrit le mieux le fonctionnement du système réel, parmi tous les modèles dans la classe pré choisie. La construction du modèle est définie par le choix d'une méthode ou algorithme d'identification. Elle fera l'objet des chapitres suivants.

Validation : C'est une étape importante qui permet de consolider les choix faits pour l'identification ou alors de remettre en cause certaines étapes dont :

- le modèle (Walter et Pronzato [65]) : plusieurs aspects peuvent invalider le modèle comme par exemple avoir des valeurs inadmissibles pour des paramètres physiques (résistance négative,...), le caractère prédictif (une séquence d'entrée différente appliquée au modèle ne permet pas d'approcher la sortie mesurée) ou la non robustesse (dépendance forte vis-à-vis des conditions initiales ou vis-à-vis de perturbations faibles sur les entrées).
- les hypothèses statistiques : certaines hypothèses sur les résidus analysés à travers des tracés graphiques ou des tests statistiques de stationnarité, de gaussienneté ou de corrélation avec les sollicitations, peuvent être remises en cause.

3.1.3 Enjeu et limites

Lors de la construction du modèle, il faut assurer une cohérence entre l'information contenue dans les signaux et l'ensemble de modèles candidats que l'on se donne. L'obtention d'une solution unique au problème d'identification repose sur les deux propriétés indissociables suivantes :

- la structure du modèle choisie : l'ordre et la paramétrisation du modèle doivent permettre d'approcher asymptotiquement le fonctionnement du système réel pour un jeu unique du vecteur θ des paramètres.
- les données recueillies doivent être suffisamment riches pour déterminer de manière précise les paramètres de cette structure.

Pour satisfaire ces conditions, nous nous intéresserons dans un premier temps à l'étude de l'identifiabilité d'une structure donnée. Cela permettra de statuer sur le nombre de solutions (valeurs du vecteur des paramètres θ) qui permettent de minimiser le critère compte tenu de la structure et des observations provenant du système réel. Cette démarche vise en particulier à écarter les structures non identifiables, c'est à dire qui admettent plusieurs solutions et qui posent le problème de choix de la solution du problème d'identification.

Dans un deuxième temps nous nous placerons dans le contexte restreint de notre étude c'est-à-dire celui où les données collectées ne peuvent pas faire l'objet d'une planification. Nous envisagerons donc les techniques qui permettent de quantifier la précision que l'on aura sur les paramètres identifiés, compte tenu de la structure déjà choisie.

3.2 Identifiabilité

La question d'identifiabilité se pose au moment où l'on choisit une structure. Elle s'effectue généralement dans une étape préliminaire et permet de statuer, pour les observations obtenues à partir du système réel et la structure envisagée, si le jeu de paramètres qui minimise le critère est unique.

La préoccupation d'assurer au préalable que la structure $\mathcal{M}(\theta)$ envisagée ne donne pas lieu à plusieurs solutions possibles, auquel cas la décision de choisir « la solution du problème » serait délicate, a été étudiée sous plusieurs angles.

Dans le cadre du choix de la complexité de la structure, une première voie (Chappell [9], Walter et Pronzato [65], Debus et al [14]) s'intéresse à la possibilité de différencier deux structures \mathcal{M}_1 et \mathcal{M}_2 (figure 3.3) qui donneraient le même comportement de la sortie vis-à-vis des mêmes sollicitations : c'est la notion de « discernabilité » (ou « distinguabilité ») par rapport à la sortie.

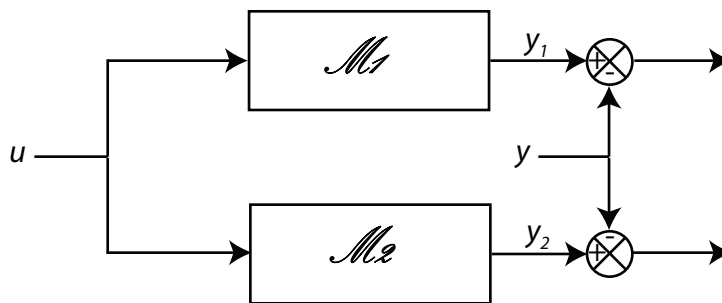


FIGURE 3.3: Complexité des structures

Les structures présentées sont forme d'état sont ramenées à une écriture entrée/sortie avant de faire l'objet d'une étude de discernabilité. Nous ne nous attarderons pas sur cette notion étant donné que :

- les problèmes d'identification sont généralement posés pour un modèle donné (comme c'est le cas pour notre étude) ;
- la « discernabilité » n'est ni une condition nécessaire ni suffisante pour l'unicité de la solution du problème d'estimation (Walter et al [64]).

Ainsi nous venons à la deuxième voie qui se focalise sur la propriété structurelle se rapportant à l'unicité de la solution d'estimation : l'identifiabilité. Cette propriété a fait l'objet de plusieurs études en fonction de la complexité de la structure envisagée. En effet, il n'existe pas de méthode générale pour démontrer l'identifiabilité d'une structure non linéaire (la non linéarité peut être relative à la dynamique et/ou la paramétrisation), mais un ensemble d'outils adaptés à chaque situation et qui peuvent être classifiés en deux catégories :

1. algébriques : séries de Taylor (la sortie et ses dérivées successives), dérivées de Lie (Walter et Pronzato [66]), méthode de changement de base (similarity transformation approach) (Chappell [9], Chappell et Gunn [10]), etc. Ces méthodes permettent de conclure de manière certaine sur l'identifiabilité globale mais peuvent nécessiter des calculs complexes.
2. numériques : permettent généralement de résoudre les problèmes complexes auxquels les méthodes algébriques sont difficilement applicables. Les méthodes numériques apportent généralement des réponses sur l'identifiabilité locale (i.e sur un voisinage d'une solution et non sur tout le domaine des valeurs admissibles). Parmi ces méthodes nous citons les approches basées sur l'analyse d'intervalles (Braems et al [7], Lagrange et al [36]) et le calcul de noyau matriciel (Ollivier et Sedoglavic [54]).

Pour les besoins de notre étude, nous étudierons le formalisme de l'identifiabilité dans le cadre particulier de structures de dynamiques linéaires, dans le domaine discret et présentées sous forme de relations entrée/sortie.

3.2.1 Définition

Plusieurs définitions de l'identifiabilité existent selon l'objectif de l'approche d'identification. En effet, soit le but est de garantir que l'estimateur $\hat{\theta}_N$ fourni par l'identification à partir d'une séquence de mesures de longueur N converge vers le « vrai » θ_0 qui est celui du système réel, c'est la question de consistance de l'estimation qui se pose. La deuxième approche vise à garantir que l'estimateur obtenu est bien le minimum global du critère d'identification, c'est cette approche d'unicité qui nous intéresse tout particulièrement. Les définitions présentées ici se basent sur les travaux de Ljung et Gevers, le critère à minimiser est l'erreur de prédiction, mais la démarche peut facilement être adaptée à d'autres critères.

Soit un modèle $\mathcal{M}(\theta)$ dont la relation entrée/sortie (Bazanella et al [6]) est décrite par :

$$y(t) = G(q^{-1}, \theta)u(t) + H(q^{-1}, \theta)e(t)$$

où les fonctions de transferts peuvent être matricielles (cas de système multi entrées et/ou multi sorties), q^{-1} est l'opérateur retard unitaire et e un bruit blanc centré (on remarque que toutes les structures linéaires du tableau 3.1 peuvent se mettre sous cette forme). θ représente l'ensemble des paramètres intervenant dans les coefficients des fonctions de transfert et qui sont l'objet de la démarche d'identification. On notera que le modèle est complètement défini par la donnée du couple $[G(q^{-1}, \theta) \quad H(q^{-1}, \theta)]$.

La prédiction à un pas de la sortie en fonction des entrées et sorties est :

$$\hat{y}(t|t-1, \theta) = H^{-1}(q^{-1}, \theta)G(q^{-1}, \theta)u(t) + (I - H^{-1}(q^{-1}, \theta))y(t)$$

Définition (Ljung [41], Gevers et al. [23]) :

Soit $\mathcal{M}(\theta)$ une structure paramétrique telle que la prédiction de la sortie par le modèle puisse se mettre sous la forme :

$$\hat{y}(t|t-1, \theta) = W_u(q^{-1}, \theta)u(t) + W_y(q^{-1}, \theta)y(t)$$

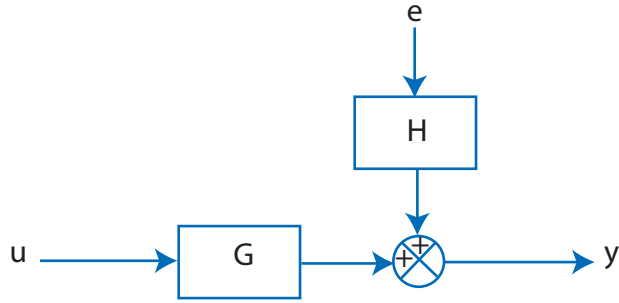


FIGURE 3.4: Modèle pour l'identification

En notant $W = \begin{bmatrix} W_u(q^{-1}, \theta) & W_y(q^{-1}, \theta) \end{bmatrix}$, alors $\mathcal{M}(\theta)$ est localement identifiable en θ_1 si $\exists \delta > 0$ tel que $\forall \theta$ dans $\|\theta - \theta_1\| < \delta$:

$$W(e^{jw}, \theta) = W(e^{jw}, \theta_1) \text{ presque pour tout } w \Rightarrow \theta = \theta_1$$

Les transferts W_u et W_y peuvent être identifiés à partir de la structure dans le cas général présenté ci-dessus : $W_u(q^{-1}, \theta) = H^{-1}(q^{-1}, \theta)G(q^{-1}, \theta)$ et $W_y(q^{-1}, \theta) = I - H^{-1}(q^{-1}, \theta)$

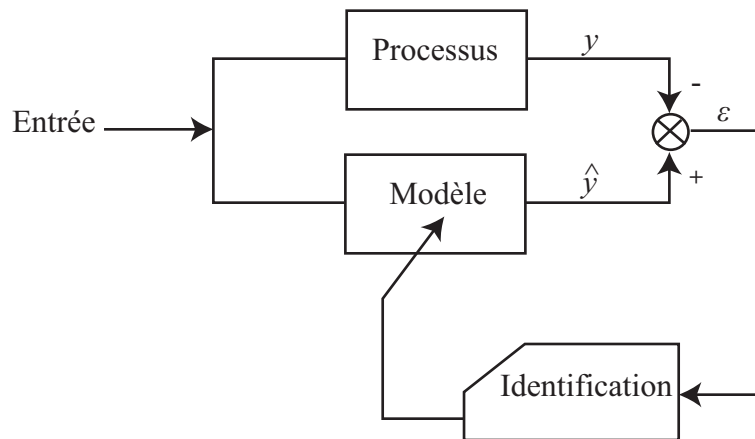


FIGURE 3.5: identification

Si on note $\varepsilon(t, \theta) = y(t) - \hat{y}(t|t-1, \theta)$ l'erreur de prédiction, l'estimation des paramètres à partir d'un échantillon de données d'entrée et sortie de longueur N se fait en calculant :

$$\hat{\theta}_N = \arg \min_{\theta} \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N \varepsilon^T(t, \theta) \varepsilon(t, \theta)$$

L'étude de l'identifiabilité a pour but de vérifier que le minimiseur du critère est unique sans garantir que le vrai système admet la même structure que celle adoptée pour la démarche d'identification. Partant de cette constatation, l'identifiabilité locale d'une structure de modèle donnée peut être quantifiée par le calcul du gramien d'identifiabilité :

$$\Gamma(\theta) = \int_{-\pi}^{\pi} \frac{\partial W(e^{jw}, \theta)}{\partial \theta} \frac{\partial W^H(e^{jw}, \theta)}{\partial \theta} dw$$

W étant défini précédemment et $W^H(e^{jw}, \theta) = W^T(e^{-jw}, \theta)$ le transconjugué de W . En examinant le gramien d'identifiabilité, nous obtenons une condition suffisante d'identifiabilité locale : $\mathcal{M}(\theta)$ est localement identifiable en θ_1 si $\Gamma(\theta)$ est non singulier en θ_1 .

Supposons que l'on dispose d'une structure globalement identifiable. Cette propriété structurale ne peut aboutir à l'unicité du modèle identifié que lorsqu'elle est couplée à certaines propriétés à vérifier par les données d'entrée/sortie et que nous présenterons dans la suite.

3.2.2 Expérience informative pour une structure donnée

En reprenant les notations introduites pour l'identifiabilité, la sélection d'un modèle $\mathcal{M}(\theta)$ parmi tous les modèles de structure \mathcal{M} est assurée si les données collectées $z(t) = [u(t) \ y(t)]^T$ pour l'identification sont informatives pour \mathcal{M} soit si :

Pour tous W_1 et W_2 transferts correspondant à deux modèles de \mathcal{M} :

$$E \left\{ \left| [W_1(q^{-1}) - W_2(q^{-1})] z(t) \right|^2 \right\} = 0 \iff W_1(e^{jw}) = W_2(e^{jw})$$

presque pour tout w .

D'après cette définition, une expérience informative garantit que deux modèles différents, mais de même structure, ne peuvent avoir les mêmes prédictions pour la sortie.

D'après le théorème de Parseval, on a :

$$E \left\{ \left| [W_1(q^{-1}) - W_2(q^{-1})] z(t) \right|^2 \right\} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} |W_1(e^{jw}) - W_2(e^{jw})|^2 \Phi_z(w) dw$$

où $\Phi_z(w)$ est la densité spectrale de z . On remarque que la condition : $\forall w, \Phi_z(w) > 0$, i.e. toutes les fréquences sont présentes dans les signaux, est suffisante mais s'avère très restrictive.

Si l'expérience est informative et que la structure est globalement identifiable, ie chaque modèle est représenté par un jeu unique de paramètres, la combinaison des deux propriétés permet d'assurer une solution unique au problème d'identification. Il est néanmoins intéressant de noter que :

- Planifier une expérience se fait en général en vue d'identifier une structure donnée, or les entrées « désignées » seront appliquées au système réel, a fortiori différent du modèle d'identification, ce qui implique une sortie différente de celle prévue lors de la planification de l'expérimentation.
- Il est toujours intéressant de comparer différentes structures, ce qui se fait généralement à l'étape de validation. Pour cela il faudrait quantifier la richesse des signaux indépendamment de la structure qui sera utilisée d'autant plus que dans certains cas, il n'y a pas ce degré de liberté qu'est la planification d'expérience, auquel cas c'est plutôt le contenu des signaux qui oriente le choix de la structure.

3.2.2.1 Contenu fréquentiel

Pour mener à bien l'estimation des paramètres d'un modèle, il est nécessaire de se demander si les mesures acquises ou envisagées seront assez riches pour déterminer de manière assez précise les paramètres. Cette préoccupation a notamment pour but de s'assurer que l'identité du comportement du système physique d'une part et du modèle d'une autre part équivaut à l'égalité des paramètres. Cette richesse se traduit par certaines propriétés du contenu fréquentiel des signaux d'entrée en fonction de la structure et se quantifie par la notion de persistance.

Persistance : Un signal $U(t-1) \triangleq [u(t-1) \ u(t-2) \ \dots \ u(t-n)]^T$ est dit d'excitation persistante à l'ordre n , si :

► la limite de $r_u(\tau) = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N u(t+\tau)u^T(t)$ existe et

► sa matrice de covariance à l'ordre n :

$$R_{UU} = E\{U.U^T\} = \begin{pmatrix} r_u(0) & r_u(1) & \dots & r_u(n-1) \\ r_u(-1) & r_u(0) & & \vdots \\ \vdots & & \ddots & \\ r_u(1-n) & \dots & & r_u(0) \end{pmatrix}$$

est définie positive.

Pour illustrer la notion de persistance, on prend l'exemple d'un bruit blanc gaussien scalaire, centré et de variance σ^2 . On a dans ce cas $r_u(\tau) = \sigma^2 \delta_\tau^0$, δ étant le symbole de kronecker ($\delta_j^i = 1$ si $i = j$, 0 sinon). La matrice de covariance à l'ordre n est $R_{UU} = \sigma^2 I_n$ qui est toujours définie positive. C'est cette propriété de persistance à tous les ordres qui explique l'utilisation fréquente de signaux s'approchant de bruits blancs pour l'identification. On citera à titre d'exemple, la Séquence Binaire Pseudo Aléatoire (voir figure 3.6), couramment utilisée en identification comme « approximation » d'un bruit blanc discret, constituée d'impulsions rectangulaires (d'amplitude a ou $-a$) modulées aléatoirement en longueur.

Richesse : un signal est suffisamment riche au degré n si sa densité spectrale est non nulle pour au moins n fréquences distinctes de l'intervalle $[-\pi \ \pi]$.

La notion de richesse ne dépend que du signal et pas de la structure. Dans la réalité, il n'y a pas de résultats sur le degré de richesse suffisant pour un problème d'identification donné mais on peut déjà donner un degré minimal. En effet si le nombre de paramètres à déterminer est m , il est nécessaire d'avoir au moins $n = \lfloor \frac{m+1}{2} \rfloor$ fréquences, le signal le plus simple étant un mélange de n sinusoïdes.

L'action du système à identifier sur chaque composante fréquentielle est caractérisée par le déphasage et l'atténuation qu'elle induit. La comparaison de l'amplitude et de la phase, pour chaque sinusoïde, à l'entrée et à la sortie du système permet de déterminer deux inconnues, dans le cas où le système réel et le protocole expérimental sont idéaux (aucun bruit de mesure, aucune perturbation parasite).

Dans la suite, on montre qu'à partir du calcul de la matrice d'information, on peut cerner les limites de la précision maximale que l'on peut obtenir dans l'espace paramétrique. Ce critère combine les caractéristiques d'identifiabilité de la structure avec le spectre des signaux d'entrée/sortie.

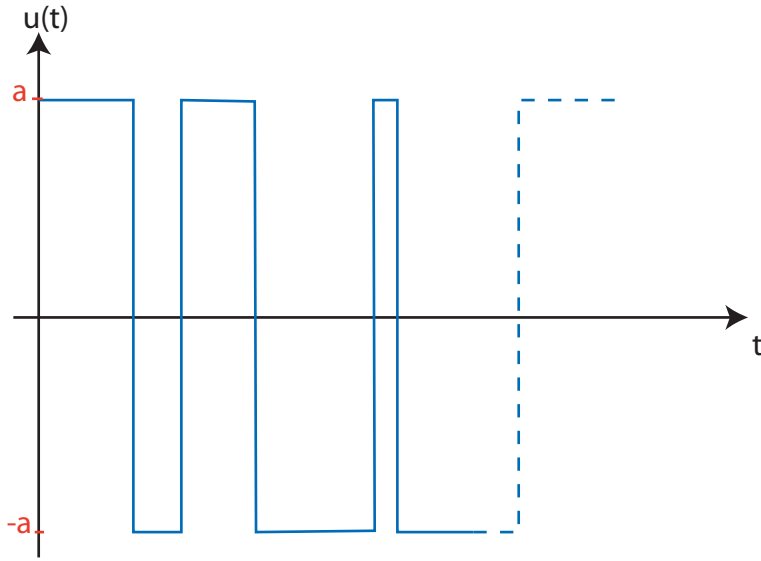


FIGURE 3.6: SBPA (largeur des créneaux aléatoire)

3.2.2.2 Erreur de convergence et matrice d'information de Fisher

Si on suppose que le système réel \mathcal{S} admet la même structure, c'est à dire qu'il existe θ_0 tel que $\mathcal{S} = \mathcal{M}(\theta_0)$, alors l'erreur sur les paramètres converge vers une distribution gaussienne :

$$\sqrt{N}(\hat{\theta}_N - \theta_0) \xrightarrow{N \rightarrow \infty} \mathcal{N}(0, I^{-1}(\theta_0))$$

Avec $I^{-1}(\theta_0) = [I(\theta)]^{-1} |_{\theta=\theta_0}$: inverse de la matrice d'information calculé en θ_0 .

La matrice d'information de Fisher se calcule à partir des caractéristiques de la structure de la manière suivante :

$$I(\theta) = E \{ \psi(t, \theta) \Sigma^{-1} \psi(t, \theta)^T \}$$

avec :

- $\psi(t, \theta) = -\frac{\partial \varepsilon(t, \theta)}{\partial \theta} = \frac{\partial \hat{y}(t|t-1, \theta)}{\partial \theta}$: jacobien de la prédiction du modèle
- $\Sigma = E \{ e(t)e(t)^T \}$ est la matrice de covariance du bruit e .

Le calcul de la matrice d'information permet d'évaluer la borne inférieure de la variance de l'erreur de convergence sur les paramètres. En effet, le cas présenté ici est optimal dans le sens où le vrai système et le modèle d'identification admettent la même structure, mais aussi parce qu'on se place dans le cas « idéal » où cette structure est globalement identifiable et que les données utilisées sont suffisamment riches pour l'identification. Son calcul constitue un indicateur sur la précision maximale que l'on peut avoir sur les paramètres identifiés compte tenu du modèle et des données disponibles.

Pour mieux établir le lien avec les aspects d'identifiabilité et de richesse des signaux, nous nous proposons d'exprimer la matrice d'information en fonction du spectre des données. En effet $\hat{y}(t|t-1, \theta) = W(e^{j\omega}, \theta)z(t)$ d'où :

$$\psi(t, \theta) = \frac{\partial W(e^{j\omega}, \theta)}{\partial \theta} z(t)$$

z étant indépendant du vecteur des paramètres θ et par suite :

$$I(\theta) = \sum_{i=1}^p \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \frac{\partial W_i(e^{jw}, \theta)}{\partial \theta} \Phi_z(w) \frac{\partial W_i^H(e^{jw}, \theta)}{\partial \theta} dw$$

si p est le nombre de composantes de y . La matrice d'information de Fisher permet d'apporter une information complémentaire par rapport au gramien d'identifiabilité, outil spécifique à la structure, en pondérant par le spectre des signaux.

3.3 Identification d'un système MISO ou en boucle fermée

3.3.1 Identification d'un système multi entrées

Nous envisageons ici le cas d'un système multi entrées mono sortie (MISO) et on s'intéresse aux conséquences de l'existence de plusieurs excitations sur la précision de l'estimation des paramètres du modèle. Si m est le nombre d'entrées, en restant dans le formalisme de l'erreur de prédiction, un modèle MISO linéaire $\mathcal{M}(\theta)$ est décrit par l'équation :

$$y(t) = G_1(q^{-1}, \theta)u_1(t) + G_2(q^{-1}, \theta)u_2(t) + \dots + G_m(q^{-1}, \theta)u_m(t) + H(q^{-1}, \theta)e(t)$$

Plusieurs questions se posent quant à la démarche que l'on peut adopter pour estimer les coefficients des $m + 1$ fonctions de transferts :

1. Vaut-il mieux procéder entrée par entrée et se ramener à $m + 1$ cas scalaires ou alors exciter le système par toutes les sollicitations et le considérer dans sa globalité ?
2. Y a-t-il des structures particulières qui se prêtent plus au problème de l'identification d'un système MISO ?
3. Que se passe-t-il si des entrées sont corrélées entre elles ?

Ces questions ont fait l'objet de plusieurs études, et si la réponse à la première question a été assez rapide la quantification de l'impact de la corrélation entre les données d'entrée s'avère beaucoup plus subtile. En effet les hypothèses sous-jacentes aux études menées écartent le cas de corrélation entre les sollicitations et sont :

- les entrées u_1, \dots, u_m sont statistiquement indépendantes entre elles,
- chaque signal u_i est d'excitation persistante d'ordre n_i , si n_i est la somme des degrés des polynômes constituant la fonction de transfert G_i .

Sous ces hypothèses, les principaux résultats établis sont :

1. l'ajout d'une entrée supplémentaire u_{m+1} , vérifiant les hypothèses précédentes, relative à une fonction de transfert G_{m+1} améliore la précision de tous les paramètres communs entre G_{m+1} et les autres fonctions de transferts (voir Gevers et al[24]). Cette démonstration consolide le choix de l'excitation simultanée de toutes les entrées, plutôt que de considérer plusieurs identifications de sous systèmes mono entrée mono sortie.
2. l'expression asymptotique de la variance de l'estimée du bruit :

$$\text{var}(\hat{H}_N(e^{jw})) \simeq \frac{n}{N} \frac{\Phi_v(w)}{|H(e^{jw})|^2}$$

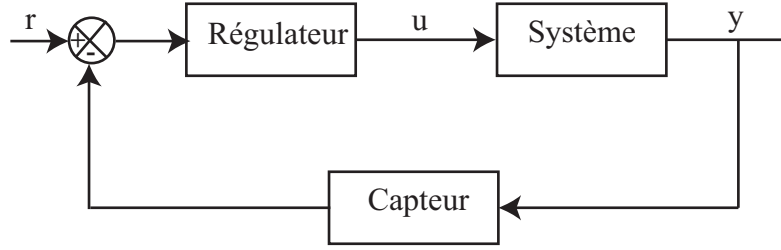


FIGURE 3.7: *Système en boucle fermée*

où v est le bruit qui s'additionne à la sortie du système (voir figure 3.8) et n l'ordre de H a été établie depuis longtemps par Ljung [40]. L'expression exacte de cette variance a été calculée dans la cas des structures BJ et OE par Ninness et Hjalmarsson [53] qui montrent son indépendance des entrées u_i . Ces résultats ne sont cependant pas valables pour les structures ARX et ARMAX pour lesquelles Gevers et al [24] montrent que chaque entrée contribue à diminuer cette variance ainsi qu'à augmenter la précision des transferts associés aux autres entrées.

3.3.2 Identification en boucle fermée

Il n'est pas toujours possible de se placer dans un contexte d'identification en boucle ouverte (l'entrée du système est indépendante de sa sortie), c'est typiquement le cas lorsque le système en boucle ouverte est instable ou quand un régulateur existe et que l'ajustement de ce dernier est désiré. C'est précisément le cas ici puisque le système de chauffage qui joue le rôle de régulateur permet d'assurer le respect de la consigne de température.

La boucle de rétroaction prend en entrée une mesure de la sortie y qui est bruitée. Afin de montrer l'influence du bouclage, on se place dans le contexte de minimisation de l'erreur de prédiction :

$$y(t) = G(q^{-1})u(t) + H(q^{-1})e(t)$$

avec cette fois : $u(t) = r(t) - F(q^{-1})y(t)$, en notant $S(q^{-1}, \theta) = \frac{1}{1+G(q^{-1})F(q^{-1})}$ la sortie y s'exprime en fonction des entrées indépendantes r et v de la manière suivante :

$$y(t) = G(q^{-1})S(q^{-1})r(t) + S(q^{-1})v(t)$$

v étant le bruit additif sur la sortie du système en boucle ouverte : $v = H(q^{-1})e(t)$ comme l'illustre la figure 3.8. La dépendance des fonctions des transferts en les paramètres a été omise pour alléger les notations.

De même la commande u s'exprime en fonction de r et v : $u(t) = S(q^{-1})r(t) - F(q^{-1})S(q^{-1})v(t)$, on en déduit son spectre :

$$\Phi_u(w) = |S(e^{iw})|^2 \Phi_r(w) + |F(e^{iw})|^2 |S(e^{iw})|^2 \Phi_v(w)$$

Il est clair que dans le cas où l'action du régulateur n'est pas nulle, il y a corrélation entre l'entrée et le bruit qui n'est pas mesurable (ces résultats ont été établis par Akaike [1]). Cette

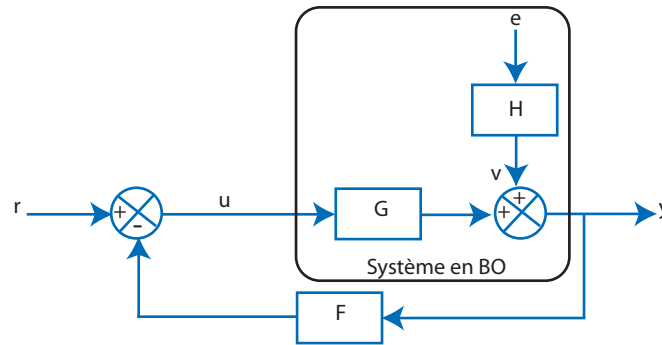


FIGURE 3.8: *Modèle en boucle fermée*

corrélation résulte typiquement en un biais sur l'estimation, celui-ci a fait l'objet de plusieurs études qui visent à le transformer pour servir le but de synthèse de régulateur (voir Van Den Hof et Schrama [30] par exemple).

L'identification des paramètres inconnus en boucle fermée passe par le choix du système ou sous système à identifier. Plusieurs cas de figures existent en fonction de l'information disponible sur le régulateur F :

1. Aucune connaissance n'est disponible pour le régulateur, dans ce cas la rétroaction est ignorée et une approche boucle ouverte ne prenant pas en compte le signal de référence r , même s'il est connu, peut être menée. On peut par exemple appliquer la méthode de l'erreur de prédiction au système asservi en ne considérant que u et y , et plus généralement toutes les méthodes d'identification en boucle ouverte à condition de bien choisir les séquences de données ou de les filtrer le cas échéant (voir Landau [37]). C'est l'*approche directe*.
2. Le régulateur ainsi que le signal de commande sont connus : on identifie d'abord la boucle fermée en prenant le système global ayant pour entrée r et pour sortie y , plusieurs algorithmes spécifiques de l'identification en boucle fermée peuvent être utilisés (voir à titre d'exemple Landau [37]). Dans un deuxième temps, on détermine les paramètres du système en boucle ouverte en se basant sur les estimations de la boucle fermée. Il s'agit dans ce cas de l'*approche indirecte*.
3. Le régulateur est inconnu mais de structure connue, dans ce cas on prend u et y comme sorties d'un système d'entrée r . Plusieurs méthodes permettent ensuite de retrouver les paramètres de la boucle ouverte. C'est l'*approche jointe entrée-sortie*.

L'étude détaillée de ces approches dans le contexte de minimisation de l'erreur de prédiction a fait l'objet des travaux de thèse de Forssell [17]. Les principaux enseignements qui en découlent sont :

- Si le but de la régulation est de stabiliser le système, c'est à dire de diminuer sa sensibilité par rapport aux fréquences présentes dans les perturbations, cette propriété contribue fortement à la dégradation de l'informativité des données surtout en ces fréquences.
- Plusieurs méthodes utilisées pour l'identification de systèmes opérant en boucle ouverte comme les méthodes spectrales, la variable instrumentale et les méthodes à erreur de sortie donnent des résultats médiocres si elles sont appliquées à l'approche directe avec un modèle de bruit (par rapport au système réel) incorrect.

- L'approche indirecte est performante mais risque de donner de très mauvais résultats (plus mauvais que ceux de l'approche directe) si le modèle du régulateur, qui est supposé connu, n'est pas bon.

Synthèse

Dans ce chapitre, nous avons présenté la procédure d'identification en mettant le trait sur les étapes préliminaires de choix de la séquence des données et de la structure du modèle à identifier.

Les paramètres de ce modèle, de structure fixée, sont estimés par rapport à la capacité de celui-ci à prédire le comportement du système réel. Mais pour que la solution du problème d'estimation correspondant soit unique il faut vérifier deux propriétés : l'identifiabilité de la structure et l'informativité des données. Pour statuer sur le caractère identifiable/non identifiable de la structure considérée, nous avons introduit les outils théoriques d'étude de l'identifiabilité. Quant à l'adéquation entre la complexité de la structure et de la richesse des données, qui conditionne la qualité de l'estimation, nous avons présentés quelques outils qui permettent de quantifier la précision sur les paramètres estimés.

Par ailleurs, la complexité du problème de l'identification est augmentée quand le système est multi-entrées ou en boucle fermée. C'est à ce titre que nous avons présenté une synthèse de travaux antérieurs décrivant les considérations à prendre en compte pour identifier ces familles de structures.

Chapitre 4

Application d'une approche classique d'identification au modèle global

Ce chapitre est dédié à l'application de méthodes classiques d'identification à une structure de modèle linéaire du bâtiment. Le modèle considéré est le modèle R3C2, asservi en température par un régulateur PI. La première partie du chapitre est consacrée au positionnement de la problématique d'identification du comportement thermique du bâtiment par rapport aux approches classiques d'identification. Dans un deuxième temps, nous présentons l'algorithme d'identification qui se base sur la méthode à erreur de prédiction pour des structures boîtes grises à erreur de sortie et d'innovation.

Dans la troisième partie, nous présentons les résultats de l'identification ainsi que l'évaluation de la structure d'un point de vue identifiabilité et informativité des sollicitations.

4.1 Cadre général de l'estimation paramétrique du bâtiment

Le principe général et les étapes de la procédure d'identification ont été présentés au chapitre précédent. On se propose ici de se focaliser sur le calcul ou détermination du modèle identifié. La figure 4.1 montre les sous-étapes qui permettent de mener à bien cette démarche à savoir :

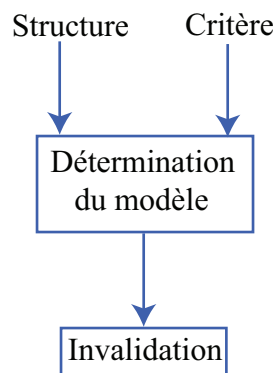


FIGURE 4.1: *Étapes de l'identification*

1. Une structure incluant la dynamique du système et celle du bruit qui traduit les incertitudes
2. Un critère de sélection qui permet de choisir, dans la classe déjà fixée par le choix de la structure, le modèle dont la dynamique explique le mieux les informations contenues dans les signaux.
3. Un algorithme qui permet de minimiser ce critère pour obtenir un jeu de valeurs numériques optimales des paramètres.

Ainsi pour mener une estimation paramétrique dans le cas de la thermique du bâtiment, nous nous proposons d'abord de choisir une représentation de la structure (entrée, sortie, état) adaptée au système global « bâtiment + régulateur ». Cette structure est ensuite complétée par le choix de la dynamique du bruit. Enfin, nous décrirons brièvement l'algorithme utilisé pour minimiser le critère sachant que nous nous plaçons dans le cadre de minimisation de l'erreur de prédiction.

4.1.1 Quelle écriture pour l'estimation ?

Du fait que le système agit en boucle fermée, deux possibilités s'offrent généralement quant à la manière de choisir les entrées/ sorties et d'écrire la structure d'identification. La première est la plus intuitive, elle considère deux sous-systèmes : le régulateur et le bâtiment en boucle ouverte comme le précise la figure 4.2.

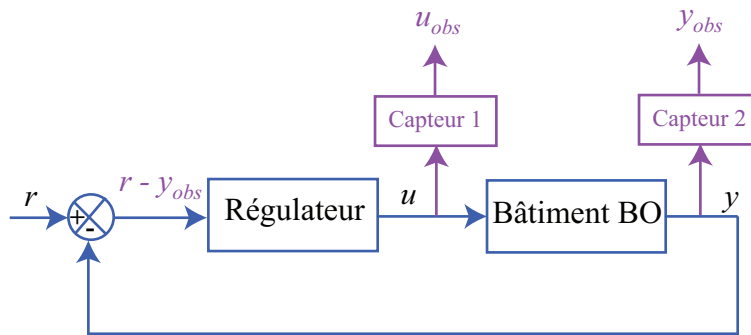


FIGURE 4.2: Structure appropriée aux méthodes d'identification en boucle fermée

La commande observée est en sortie du régulateur et en entrée de la boucle ouverte, de même la sortie de la boucle ouverte est une entrée du régulateur. Le choix de l'une des méthodes classiques d'identification en boucle fermée, présentées au chapitre 3, se fait par rapport à la connaissance plus ou moins précise du régulateur.

Le point-clé dans l'utilisation de ces méthodes est la disponibilité d'enregistrements de la commande qui relie le régulateur et le bâtiment en boucle ouverte, mais aussi de la sortie de la boucle ouverte. Or cette dernière est la température intérieure du bâtiment qui n'est justement pas disponible. Ceci rend impossible, dans ce cas, l'application des méthodes d'identification en boucle fermée.

La deuxième approche est de considérer le système régulé dans sa globalité, soit à une seule sortie : la courbe de charge chauffage. Ce qui implique une présentation sous forme de fonctions

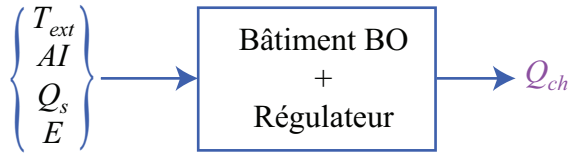


FIGURE 4.3: Système global « bâtiment + régulateur » ayant comme entrées : la température extérieure T_{ext} , les apports internes AI , le flux solaire Q_s et la consigne de température E et comme sortie la courbe de charge chauffage Q_{ch}

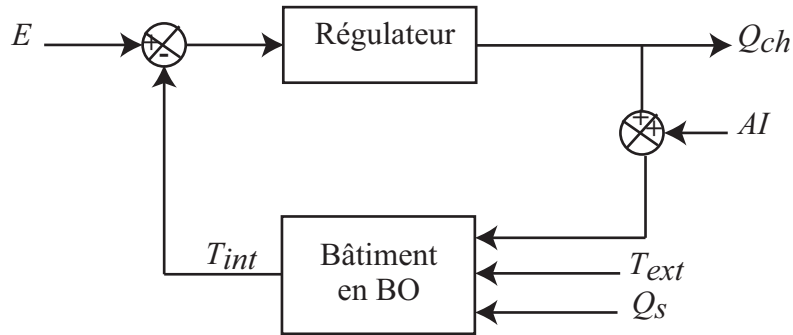


FIGURE 4.4: Modèle du bâtiment en boucle fermée, les températures de consigne E et extérieure T_{ext} , le flux solaire Q_s et les apports internes AI sont des entrées du modèle global, Q_{ch} en est la sortie.

de transfert reliant les sollicitations (température extérieure, apports internes, flux solaire et température de consigne) à la sortie courbe de charge chauffage comme l'illustre la figure 4.3. Cette limitation du point de vue mesure (indisponibilité de la température intérieure) induit une grande complexité de la paramétrisation du système global. Même si ce dernier est linéaire par rapport à l'état et d'ordre faible, toute la question se pose vis-à-vis de son identifiabilité et de la sensibilité de la courbe de charge chauffage vis-à-vis de la variation de chaque paramètre du modèle.

Nous rappelons que le modèle choisi pour le bâtiment est le circuit électrique équivalent R3C2 (illustré sur la figure 4.5), celui du régulateur est de type PI, interagissant selon le schéma de la figure 4.4.

Modèle entrée/sortie du système global La formulation de la boucle fermée est basée sur les équations du modèle R3C2 présenté précédemment et la prise en compte de la rétroaction, qui décrit le fonctionnement du régulateur PI :

$$\begin{cases} \frac{dT_{int}}{dt} = \frac{1}{C_{res}} \left[-\left(\frac{1}{R_f} + \frac{1}{R_i}\right) T_{int} + \frac{1}{R_i} T_s + \frac{1}{R_f} T_{ext} + Q_{res} \right] \\ \frac{dT_s}{dt} = \frac{1}{C_s} \left[\frac{1}{R_i} T_{int} - \left(\frac{1}{R_o} + \frac{1}{R_i}\right) T_s + \frac{1}{R_o} T_{ext} + Q_s \right] \\ Q_{ch} = K \left(E - T_{int} + \frac{1}{\tau} \int (E - T_{int}) \right) \end{cases} \quad (4.1)$$

La troisième équation du système 4.1 décrit la dynamique du PI, ce dernier est caractérisé par son gain K et son temps d'intégration τ . En choisissant comme composantes du vecteur X

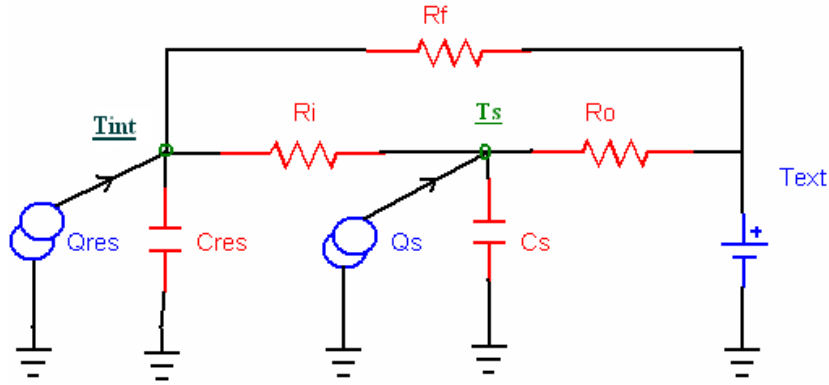


FIGURE 4.5: Schéma électrique équivalent R3C2

d'état : T_{int} , T_s et $d = \frac{1}{\tau} \int (E - T_{int})$ (état de l'intégrateur), le système précédent se met sous forme d'état compatible avec la modélisation de la figure 4.3 :

$$\begin{cases} \dot{X}(t) = AX(t) + BU(t) \\ Q_{ch}(t) = CX(t) + DU(t) \end{cases}$$

Ce système est ensuite discrétisé par la méthode d'Euler explicite, ce qui nous place dans le cadre de systèmes discrets pour la suite du chapitre (les matrices de la représentation d'état discrète seront notées A_d , B_d , C , D ; ces deux dernières sont invariantes par passage continu/discret).

4.2 Estimation paramétrique

Pour finaliser la structure qui servira pour l'identification des paramètres du bâtiment et du régulateur, il est nécessaire de choisir une dynamique de bruit. Cette étape consiste à modéliser les incertitudes que l'on a sur le modèle et sur le procédé d'enregistrement des mesures sous forme d'une composante de perturbation à partir d'un bruit blanc gaussien. Le choix d'un bruit blanc gaussien représente une gamme assez large de signaux. En effet le théorème de factorisation spectrale assure que tout signal dont la densité spectrale est rationnelle en $e^{i\omega}$ (ω est la pulsation, le signal est discret), peut être obtenu par filtrage d'un bruit blanc gaussien (voir par exemple Soderstrom et Stoica [63] pour la démonstration).

4.2.1 Modèle de bruit pour l'identification

Dans le cas de l'identification du modèle de comportement thermique du bâtiment, il est plus aisé (par rapport à la complexité de la paramétrisation) d'écrire le système sous forme d'état à partir des équations 4.1. C'est dans cette perspective que nous présentons les structures d'identification sous forme de représentation d'état stochastique :

$$\begin{cases} X_{k+1} = A_d X_k + B_d U_k + v_k \\ y_k = C X_k + D U_k + e_k \end{cases}$$

Cette représentation, bien que fonction de deux bruits différents, est équivalente à :

$$\begin{cases} X_{k+1} = A_d X_k + B_d U_k + M e_k \\ y_k = C X_k + D U_k + e_k \end{cases} \quad (4.2)$$

où M^{-1} est le gain de Kalman associé au système stationnaire (voir Stoica et Soderstrom pour la démonstration qui utilise le théorème de la factorisation spectrale). M est fonction des matrices de covariance des bruits v et e . La représentation 4.2 est appelée *forme innovation*.

Par rapport aux notations du chapitre précédent, les fonctions de transfert associées à la structure entrée/sortie s'identifient de la manière suivante :

$$\begin{bmatrix} G_0(q^{-1}) = C(qI - A_d)^{-1} B_d + D \\ H_0(q^{-1}) = C(qI - A_d)^{-1} M + I \end{bmatrix}$$

Il est facile de vérifier que l'identité précédente est invariante par changement de base de l'état.

4.2.2 Prédicteur optimal

Le critère de sélection d'un modèle de structure donnée doit quantifier la mesure de sa qualité par rapport au système réel. Or, la modélisation du comportement thermique du bâtiment a été faite avec pour objectif de reproduire les consommations de chauffage obtenues dans des situations différentes de celle qui a servi pour l'identification. De ce fait c'est le pouvoir prédictif du modèle qui permet d'évaluer la qualité de celui-ci. La minimisation de l'erreur de prédiction du modèle semble donc le choix le mieux adapté à l'identification du comportement thermique du bâtiment. Si ε_k est l'erreur de prédiction du modèle à l'instant k , le critère que l'on prend généralement est la somme des normes quadratiques des erreurs de prédiction pour toute la série observée, soit $J(\theta) = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \|\varepsilon_k\|_2^2$. On s'intéresse dans la suite au calcul de ce critère en fonction des paramètres de la structure (paramètres du modèle, sollicitations, observations).

Soit \hat{y}_k le prédicteur optimal de y à l'instant k . La variance de l'erreur de prédiction dans le cas général d'une structure linéaire est :

$$\begin{aligned} E \left\{ (y_k - \hat{y}_k)^2 \right\} &= E \left\{ (G_0(q^{-1})u_k + H_0^*(q^{-1})e_k + e_k - \hat{y}_k)^2 \right\} \\ &= E \left\{ (G_0(q^{-1})u_k + H_0^*(q^{-1})e_k - \hat{y}_k)^2 \right\} + E \{ e_k^2 \} + \\ &\quad + 2E \left\{ e_k (G_0(q^{-1})u_k + H_0^*(q^{-1})e_k - \hat{y}_k) \right\} \end{aligned}$$

Le choix d'isoler le terme $H_0^*(q^{-1})e_k$ est dû au fait qu'il est fonction de l'erreur à l'instant $k-1$ et aux instants antérieurs. Il est donc parfaitement connu à l'instant k . Étant donné que e_k est décorrélé par rapport aux données et indépendant des échantillons passés, la variance de l'erreur de prédiction est minimale lorsque :

$$\hat{y}_k = G_0(q^{-1})u_k + H_0^*(q^{-1})e_k$$

or $\varepsilon_k = y_k - \hat{y}_k$, donc en remplaçant l'erreur de prédiction par son expression on obtient :

1. Généralement noté K , on le note ici M pour éviter la confusion avec le gain du régulateur.

$$\begin{aligned}\hat{y}_k &= G_0(q^{-1})u_k + H_0^*(q^{-1})(y_k - \hat{y}_k) \\ &= H_0^{-1}(q^{-1})G_0(q^{-1})u_k + (I - H_0^{-1}(q^{-1}))y_k\end{aligned}$$

En remplaçant H_0 et G_0 par leurs expressions de la représentation d'état, on montre que le modèle récurrent d'estimation est :

$$\begin{cases} \hat{X}_{k+1} = (A_d - MC)\hat{X}_k + B_d U_k + M y_k \\ \hat{y}_k = C\hat{X}_k + D U_k \end{cases} \quad (4.3)$$

Comme on s'est placé dans un cadre de minimisation de l'erreur de prédiction, le critère à minimiser dans ce cas est :

$$\begin{aligned}J(\theta) &= \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \|y_k - \hat{y}_k\|^2 \\ &= \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \|H_0^{-1}(q^{-1})[y_k - G_0(q^{-1})u_k]\|^2\end{aligned}$$

où y est Qch et que u est composé de : *Text*, Qs , *AI* et *E*.

4.2.3 Algorithme de minimisation du critère

La formulation du critère à partir de la forme innovation présente deux intérêts majeurs :

1. la paramétrisation des matrices d'état est beaucoup plus simple que celle associée aux fonctions de transfert.
2. l'existence d'une infinité de représentations d'état correspondant à un système décrit par son comportement entrée/sortie, assure une variété de choix pour régler les questions de sensibilité et de mauvais conditionnement associés au problème d'optimisation. cette question sera détaillée dans les étapes de l'algorithme de minimisation.

L'implémentation d'un algorithme de minimisation de l'erreur de prédiction associée à un système sous forme innovation, a fait l'objet des travaux d'une partie de la thèse de McKelvey [47] et fait partie de la boîte à outils identification de Matlab.

Les questions de sensibilité sont traitées par changement de base. En effet, les réalisations équilibrées, bases dans lesquelles les grammiens d'observabilité² et de commandabilité³ sont égaux à une même matrice diagonale définie positive, sont celles qui garantissent la meilleure stabilité du système vis-a-vis des problèmes de précision numérique qui affectent les fonctions de transfert.

4.3 Étude préliminaire du modèle global

Afin d'étudier la sensibilité du modèle global du bâtiment en boucle fermée par rapport à une variation des paramètres, nous avons pris un jeu de paramètres (résistances, capacités, gain et temps d'intégration du régulateur) qui serviront à synthétiser une courbe de charge de chauffage.

-
2. $W_o = \sum_{k=0}^{\infty} (A^T)^k C^T C A^k$, solution de l'équation de Lyapunov : $W_o = A^T W_o A + C^T C$
 3. $W_c = \sum_{k=0}^{\infty} A^k B B^T (A^T)^k$, solution de l'équation de Lyapunov : $W_c = A W_c A^T + B B^T$

Algorithme 4.1 Algorithme de minimisation de l'erreur de prédiction pour le système sous forme innovation

1. Initialisation, $\hat{\theta}_0$
 2. Changement de base équilibrée : $\hat{\theta}_0 \rightarrow \hat{\theta}_0^e$
 3. Résolution de $\hat{\theta}_k = \underset{\theta}{\operatorname{arg\,min}} \left[J(\theta) + \frac{\delta}{2} |\theta - \hat{\theta}_{k-1}^e|^2 \right]$ par Gauss-Newton (voir annexe B)
 4. $\hat{\theta}_k \rightarrow \hat{\theta}_k^e$: réalisation équilibrée
 5. Reprise à l'étape 3
-

► Paramètres du modèle :
$$\begin{pmatrix} C_{res} \\ C_s \\ R_f \\ R_i \\ R_o \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ 8 \\ 5 \\ 2.5 \\ 0.5 \end{pmatrix} \text{ et } \begin{pmatrix} K \\ \tau_i \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \end{pmatrix}$$

► Période d'échantillonnage et état initial : $\Delta t = 1 \text{ s}$, $X_0^{ref} = \begin{pmatrix} 16 \\ 15 \\ 5 \end{pmatrix}$

► Variances des bruits d'état et de mesure : $Q = \operatorname{diag}(0.16 \ 0.09 \ 0.09)$, $R = 1$

Comme les résistances, capacités et temps d'intégration associés au modèle d'état global du bâtiment interviennent par inverse, nous avons effectué le changement de variable décrit dans le tableau 4.1 :

$z_{res} = 1/C_{res}$
$z_s = 1/C_s$
$z_\tau = 1/\tau_i$
$z_f = 1/R_f$
$z_i = 1/R_i$
$z_o = 1/R_o$
$z_K = K$

Tableau 4.1: *Changement de variable du modèle global*

4.3.1 Sensibilité globale

Il s'agit ici d'étudier la somme des écarts quadratiques sur la courbe de charge dans l'espace paramétrique pour différentes configurations des paramètres de la structure. La dimension de l'espace paramétrique étant élevée (7), nous avons choisi de faire varier deux paramètres dont les contributions sont corrélées (toutes les deux agissent sur l'air et les parois légères intérieures du bâtiment) : la capacité de l'air C_{res} et le gain K du régulateur.

Les zones en blanc sur les graphes 4.6 et 4.7 correspondent à la zone d'instabilité du système global.

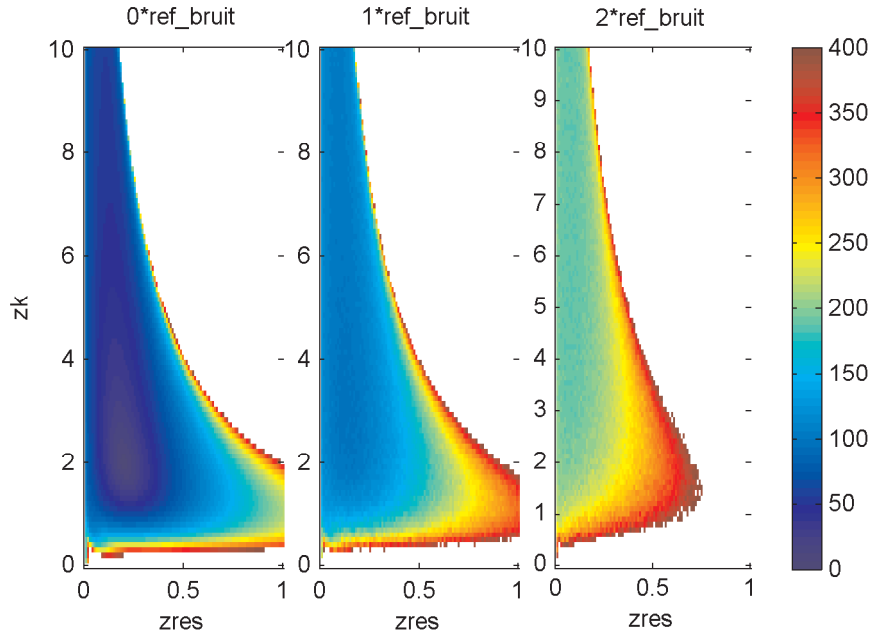


FIGURE 4.6: Écart entre courbe de charge de référence et simulée, pour une perturbation de référence ref_bruit : $\Sigma_{X_0}^{\frac{1}{2}} = diag([0.2; 0.1; 0.2])$, $Q^{\frac{1}{2}} = diag([0.4; 0.3; 0.3])$, $R = 1$

4.3.2 Identifiabilité locale

L'identifiabilité locale se rapporte à l'étude des variations de la sortie lorsque les paramètres varient dans un voisinage infinitésimal autour des paramètres de référence (ou point d'équilibre). Les directions paramétriques les plus influentes sont celles dont les composantes correspondantes du gradient du gramien d'identifiabilité sont les plus élevées.

4.3.2.1 Gramien d'identifiabilité

L'étude de l'identifiabilité locale est menée dans le cadre du modèle à erreur de sortie ($H = I$ ou $M = 0$). Dans cas, le gramien d'identifiabilité vaut :

$$\Gamma(\theta) = \int_{-\pi}^{\pi} \frac{\partial G_0(e^{jw\Delta t}, \theta)}{\partial \theta} \frac{\partial G_0^H(e^{jw\Delta t}, \theta)}{\partial \theta} dw$$

La période d'échantillonnage est Δt , soit en fréquence réduite $\nu = \frac{w\Delta t}{2\pi}$ le gramien est défini pour $-\frac{1}{2} \leq \nu \leq \frac{1}{2}$.

Le gramien d'identifiabilité a été envisagé pour un jeu de paramètres θ type, qui peut servir comme initialisation pour l'algorithme d'identification. Pour calculer Γ , on prend en considération le fait que la fonction à intégrer est paire en ν donc on restreint l'intervalle d'intégration

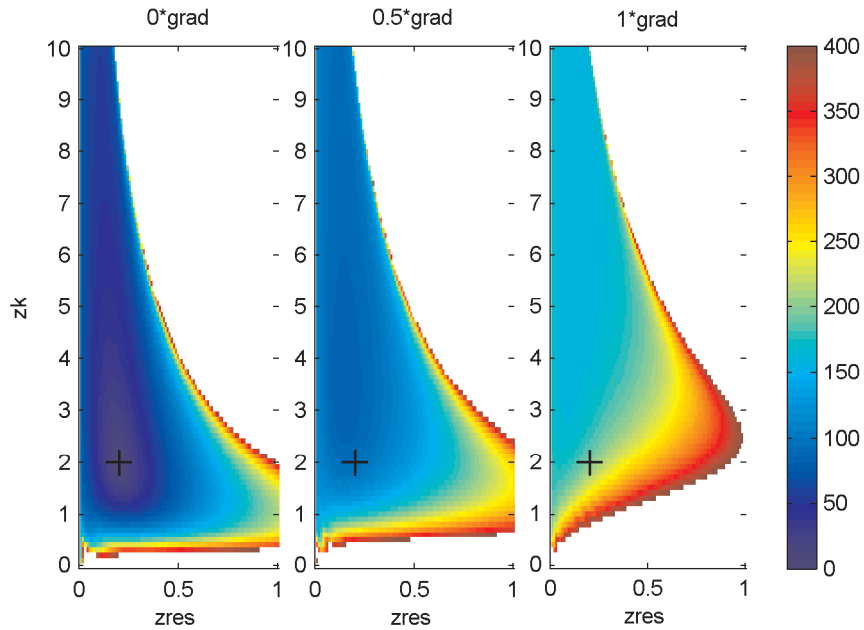


FIGURE 4.7: Écart quadratique entre courbe de charge de référence et simulée, pour une perturbation dans le sens du gradient, grad : gradient normalisé

à $[0, \frac{1}{2}]$ qui a été discrétisé en 100 points. L'intégrale est approchée par la méthode des trapèzes⁴.

Le gramien d'identifiabilité Γ est une matrice hermitienne. Pour montrer l'identifiabilité locale du problème, il suffit de vérifier que Γ est inversible, pour cela, ses valeurs propres sont présentées ci-dessous :

-2.6352e-010
 -1.6433e-010
 7.5570e-011
 3.0420e-010
 3.8450e-001
 1.7643e+000
 1.4374e+001

Il est clair que ce gramien n'est pas inversible numériquement, seules trois directions (sur les sept) peuvent être déterminées avec précision. Pour mettre en évidence les paramètres les plus impactant sur ces directions, nous présentons les vecteurs propres associés.

0.3970	0.1182	0.7683	0.4403	0.1981	0.0414	0.0576
0.0036	0.0018	0.0031	0.0031	0.1977	0.2554	0.9464
0.5019	0.0984	0.4335	0.1655	0.6724	0.1853	0.1916

4. En fait, il faut multiplier le gramien par 2 puisqu'on a intégré sur la moitié de l'intervalle, mais ceci ne change rien sur les modes et les directions propres du gramien

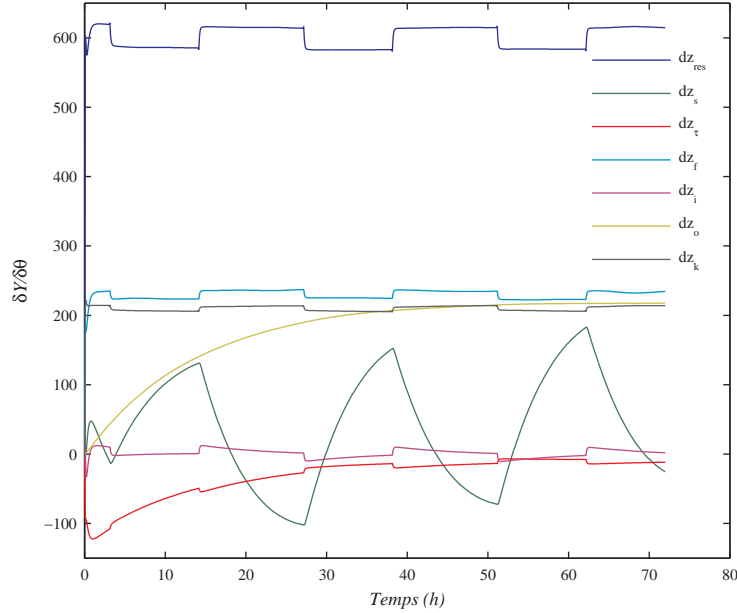


FIGURE 4.8: Sensibilité Q_{ch} par rapport à une variation de chacun des paramètres

0.0124	0.0192	0.0369	0.0601	0.2821	0.9367	0.1939
0.5843	0.3522	0.2890	0.2120	0.6036	0.1298	0.1580
0.4628	0.1294	0.3003	0.8198	0.0623	0.0536	0.0017
0.1867	0.9139	0.2162	0.2409	0.1475	0.0406	0.0420

Ainsi, il en ressort que le paramètre dont la précision sera la meilleure est celui dont la contribution au dernier vecteur propre est la plus considérable : soit l'inverse de la capacité de structure C_s .

4.3.2.2 Sensibilité locale de l'observation

Afin de quantifier la sensibilité de Q_{ch} par rapport à une variation infinitésimale de chacun des paramètres, nous nous proposons d'évaluer $\frac{\partial \hat{y}(t, \theta)}{\partial \theta}$ où y est Q_{ch} . Pour cela on pose $\mathcal{X} = \frac{\partial \hat{X}}{\partial \theta}$ et $\mathcal{Y} = \frac{\partial \hat{y}}{\partial \theta}$, la différentiation de 4.3, en prenant un terme d'innovation nul ($M = 0$), par rapport aux paramètres donne :

$$\begin{cases} \hat{X}_{k+1} = A_d \hat{X}_k + B_d U_k \\ \mathcal{X}_{k+1} = A_d \mathcal{X}_k + \frac{\partial A_d}{\partial \theta} \hat{X}_k + \frac{\partial B_d}{\partial \theta} U_k \\ \mathcal{Y}_k = C \mathcal{X}_k + \frac{\partial C}{\partial \theta} \hat{X}_k + \frac{\partial D}{\partial \theta} U_k \end{cases} \quad (4.4)$$

La grandeur \mathcal{Y} permet de quantifier la sensibilité de la sortie, autour de la solution nominale associée à U et X_0 , et ceci par rapport aux variations des sept paramètres. En initialisant \mathcal{X} à 0, l'intégration du système 4.4 fournit la série $\frac{\partial \hat{y}}{\partial \theta}$ illustrée sur la figure 4.8.

Sur ce graphe, nous constatons d'une part la grande sensibilité de la courbe de charge de chauffage par rapport aux variations de la capacité de l'air C_{res} , ce qui peut s'expliquer par l'action directe de l'énergie injectée dans une pièce sur la température ambiante de celle-ci.

D'une autre part, les variations de l'inductance z_i et du temps d'intégration du régulateur z_τ semblent impacter peu Q_{ch} . Ceci peut être la conséquence du fait que le terme proportionnel est prépondérant dans l'action du régulateur d'un côté et d'un autre côté, une fois chargées (valeur conséquente pour la première période), les parois légères du bâtiment ne conduisent plus la chaleur.

4.4 Analyse des résultats et validation

4.4.1 Analyse des données d'entrée

Les données utilisées pour l'identification, présentées dans la figure 4.9, sont obtenues à l'aide du logiciel CLIM2000 d'EDF, à un pas de temps de 5 minutes.

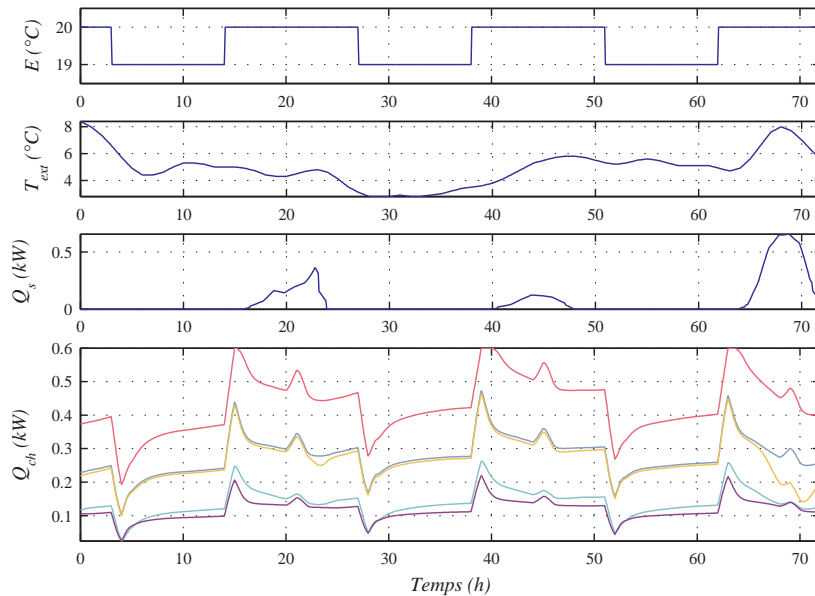


FIGURE 4.9: Données CLIM 2000 pour les 5 zones

Le bâtiment modélisé est constitué de cinq zones thermiques soumises à la même consigne de température (intermittence 19/20°C) et au même type de système de chauffage, l'une des zones présente une saturation de la puissance de chauffage (courbe en magenta sur la figure 4.9).

Le système équivalent considéré est supposé avoir une température intérieure, non disponible, obtenue comme moyenne des cinq zones et une consommation égale à la somme des consommations de toutes les zones. Une analyse rapide des données fait ressortir une périodicité journalière des signaux de sollicitations comme l'illustre la figure 4.10.

Pour mieux faire ressortir cette périodicité, on a calculé les densités spectrales de puissance associées aux signaux, illustrées dans la figure 4.11. En effet, la période de 1 jour semble prépondérante dans les spectres, qui ont par ailleurs un contenu fréquentiel très pauvre en hautes fréquences. Ces fréquences sont celles dont le module du spectre est inférieur à 0 dB, soit pour les périodes temporelles inférieures à 4 heures, à l'exception du flux solaire.

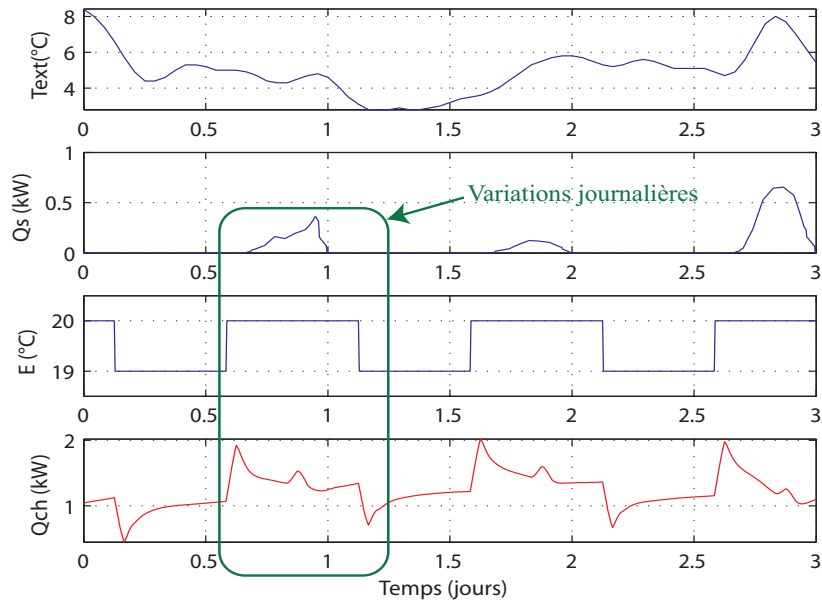


FIGURE 4.10: *Données du bâtiment considéré comme une zone thermique unique*

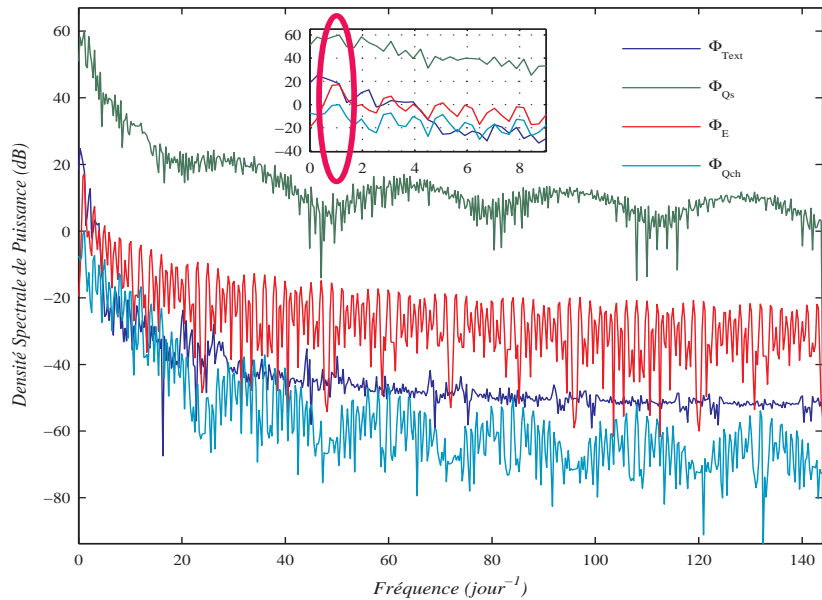


FIGURE 4.11: *Densité Spectrale de Puissance des différents signaux*

4.4.2 Résultats d'identification

La méthode d'identification à erreur de prédiction a été appliquée aux données échantillonnées à 5 min.

Les résultats sur les paramètres sont assez proches pour les deux variantes utilisées (erreur de sortie et d'innovation), la courbe de charge obtenue par identification explique 80% de la dynamique de la courbe de charge réelle. Les différences se situent au niveau du pic de puissance

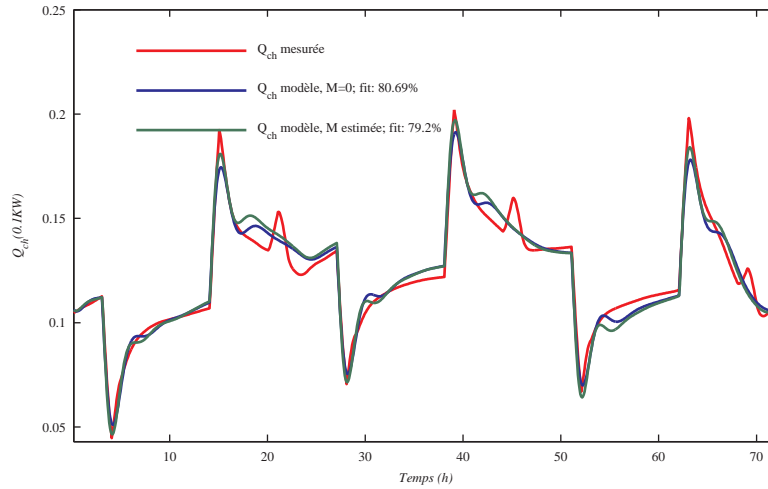


FIGURE 4.12: Courbes de charges réelle et générée par le modèle identifié

θ_0	$\theta_f : M = 0$	$\theta_f : M \neq 0$
7.4046e-007	9.2178e-007	1.0365e-006
6.4937e-012	7.1675e-008	7.1153e-008
0.0032256	0.0030396	0.0059622
1172.6	19.979	29.193
2496.9	400.38	446.73
857.27	81.191	67.345
856.75	87.787	52.874

Tableau 4.2: Résultat d'identification des paramètres avec modèle de bruit estimé

en milieu de journée difficilement interprétable physiquement du fait de la présence du flux solaire normalement.

La matrice de covariance associée aux paramètres identifiés par la méthode d'erreur de sortie est présentée ci-dessous :

3.6235e-1	5.5785e-3	4.2171e-2	-1.9233e-5	8.7734e-5	2.4038e-5	-2.0428e-5
5.5785e-3	1.6610e-3	-5.6252e-4	-4.7261e-7	-1.5500e-6	6.9264e-7	-4.6068e-7
4.2171e-2	-5.6252e-4	6.0354e-2	-6.0984e-6	3.2796e-5	7.3530e-6	-3.0407e-5
-1.9233e-5	-4.7261e-7	-6.0984e-6	6.8652e-9	-2.5619e-8	-8.9231e-9	2.0699e-9
8.7734e-5	-1.5500e-6	3.2796e-5	-2.5619e-8	1.8050e-7	2.8781e-8	-1.9420e-9
2.4038e-5	6.9264e-7	7.3530e-6	-8.9231e-9	2.8781e-8	1.2179e-8	-2.9147e-9
-2.0428e-5	-4.6068e-7	-3.0407e-5	2.0699e-9	-1.9420e-9	-2.9147e-9	2.5252e-8

4.4.3 Validation/Invalidation statistique

Dans cette partie, on se propose de valider ou invalider le modèle identifié précédemment à travers des tests statistiques portant sur les résidus. Dans le cas de l'erreur de sortie, le modèle

entrées/sortie adopté pour l'identification est :

$$Q_{ch}[k] = G(\theta, q^{-1}) \begin{bmatrix} T_{ext}[k] \\ Q_s[k] \\ E[k] \end{bmatrix} + e[k]$$

où e : erreur sur la sortie est également le résidu d'identification puisque la courbe de charge estimée par le modèle est :

$$\hat{Q}_{ch}[k] = G(\hat{\theta}, q^{-1}) \begin{bmatrix} T_{ext}[k] \\ Q_s[k] \\ E[k] \end{bmatrix}$$

Le résidu e est considéré par hypothèse comme une réalisation d'un processus aléatoire gaussien de moyenne nulle et de variance donnée Σ .

Ces tests ont pour but de vérifier si les hypothèses faites sur les résidus sont respectées, et parmi ces hypothèses, on s'intéresse plus particulièrement à :

1. Caractère gaussien

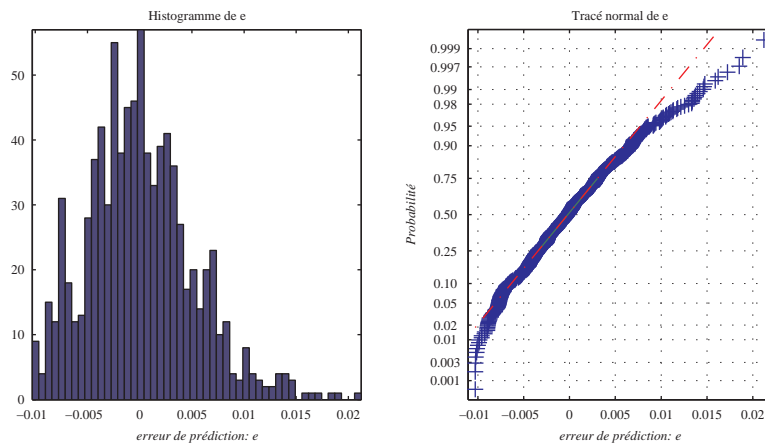


FIGURE 4.13: *Distribution de l'erreur de prédiction*

2. Indépendance et corrélation avec les entrées

Le tracé de la fonction d'autocorrélation illustré sur le premier graphe de la figure 4.14 montre que les résidus ont une structure temporelle, mais ceci est prévisible dans le cas de modèles à erreur de sortie.

Synthèse

L'algorithme d'identification a été appliqué à un jeu de données provenant d'un logiciel de simulation du bâtiment où l'on modélise, sous forme détaillée, un bâtiment avec plusieurs zones thermiques, dont une avec saturation de la puissance de chauffage.

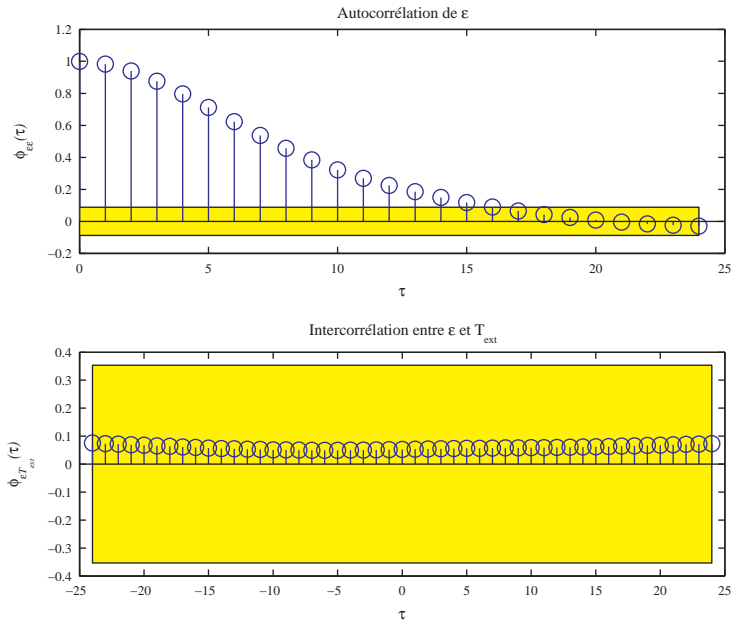


FIGURE 4.14: Autocorrélation des résidus et leur intercorrélation avec T_{ext}

L'évaluation de l'approche d'identification est appuyée par une étude structurale du modèle global à travers la quantification de son identifiabilité et la caractérisation de l'informativité des signaux de sollicitation. Les résultats obtenus présentent une grande sensibilité par rapport à l'initialisation de l'algorithme, ce qui est révélateur du caractère mal posé du problème.

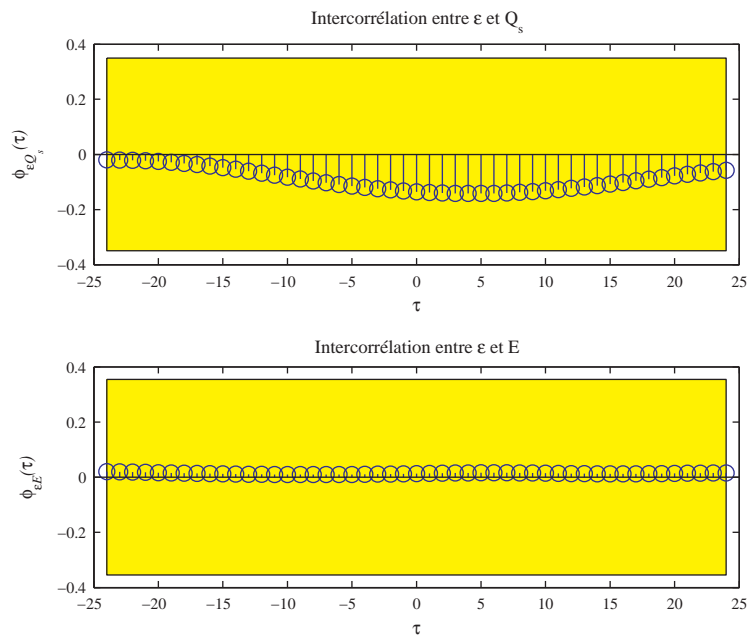


FIGURE 4.15: Intercorrélation entre les résidus et les entrées Q_s et E

Chapitre 5

Approche bayésienne appliquée en thermique du bâtiment

Introduction

Les différents tests de sensibilité menés au chapitre précédent ont montré que le caractère mal posé du problème risque d'amener à des valeurs des paramètres identifiés non pertinentes. Devant ce constat la méthode d'identification doit être enrichie pour ne pas fournir seulement une valeur des paramètres, et peut être une covariance, mais toute l'information sur leurs distributions apportée par les mesures et les connaissances ou choix *a priori*. Pour résoudre ce problème nous utiliserons la simulation bayésienne.

L'objectif que nous proposons dans cette partie du mémoire est donc d'obtenir les distributions *a posteriori* des paramètres du modèle R3C2 asservi en température par un régulateur Proportionnel Intégral ainsi que des variables d'état cachés (températures intérieure et de structure).

La présentation du cadre bayésien et des méthodes classiques de simulation stochastique des lois *a posteriori* feront l'objet de la première partie de ce chapitre. La deuxième partie sera consacrée à l'application de l'approche bayésienne pour le bâtiment et la formulation de l'échantillonneur de Gibbs qui s'en suit.

5.1 Position du problème dans un cadre bayésien

Les approches présentées jusqu'ici fournissent une estimation ponctuelle des paramètres d'un modèle prédéfini. Ces méthodes s'appuient sur le choix d'une structure de modèle incluant une modélisation des incertitudes. L'évaluation des performances de telles méthodes inclut la quantification de la précision sur les paramètres identifiés, par exemple par le calcul de leurs variances.

Il s'avère que pour des problèmes assez complexes et mal posés comme celui de l'identification du bâtiment, la qualité de l'information ne rend pas raisonnable la réponse sous la forme d'un jeu de valeurs unique pour les paramètres inconnus. Une approche d'inversion dans un cadre bayésien semble mieux adaptée au problème.

Dans cette approche d'inversion, répondre à la question d'identification du bâtiment consiste à inférer l'entrée inconnue θ (paramètres du modèle dans notre cas) d'un système de paramétrisation \mathcal{H} connue en fonction de θ et dont y est une observation, comme l'illustre la figure 5.1. L'inférence, qui contrairement à la modélisation, permet d'aller du domaine du tangible (données, mesures) à un domaine plus abstrait présente deux difficultés au niveau de :

1. l'exploitation de l'information disponible dans les données et
2. la mise en forme du problème en vue de sa résolution mathématique.

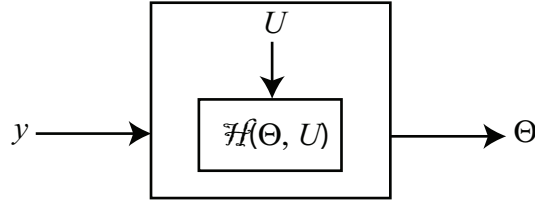


FIGURE 5.1: Schéma général d'inversion

La structure \mathcal{H} inclut les modèles du bâtiment et du régulateur de température, soit sept paramètres inconnus. Par ailleurs, la détermination des composantes cachées de l'état (températures intérieure et de structure) aide à analyser le comportement thermique du bâtiment. En effet, la comparaison entre la température de consigne -supposée connue- et la température intérieure ainsi que la reconstitution de la température de structure constituent un moyen de validation du modèle inféré d'un point de vue thermique. L'importance accordée à ces deux composantes découle du sens physique direct qu'elles ont.

Compte tenu de ces considérations, la structure à inférer sera mise sous forme de représentation d'état stochastique :

$$\begin{cases} X_T[k+1] = A[\theta]X_T[k] + B[\theta]U[k] + V[k] \\ Y[k] = C[\theta]X_T[k] + D[\theta]U[k] + W[k] \end{cases}$$

La mesure (ou observation) Y est la courbe de charge de chauffage Q_{ch} et les sollicitations connues regroupées dans le vecteur U sont respectivement : la température extérieure, le flux solaire, les apports internes (calorifiques autres que le chauffage) et la température de consigne (souhaitée par l'occupant). Les bruits d'état V et de mesure W traduisent respectivement l'incertitude par rapport au modèle choisi (ou dynamique) et celle par rapport à la précision des mesures (capteur, acquisition des données,...).

La modélisation du problème pour l'inférence est illustrée sur la figure 5.2 :

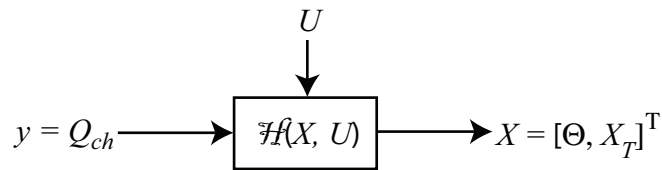


FIGURE 5.2: Schéma problème inverse pour le bâtiment

où le vecteur des inconnues X regroupe les paramètres X_θ (c'est à dire θ) et les séries de températures X_T . Les informations *a priori* disponibles pour ces inconnues sont :

- une table de valeurs types des résistances et capacités du modèle R3C2 pour des bâtiments différents. Cette table est élaborée à partir d'études thermiques de bâtiments menées à EDF (voir la fin de l'annexe A). Cette table permet de donner des ordres de grandeurs pour les différents paramètres mais n'est pas suffisamment fiable pour suggérer l'utilisation de lois *a priori* discrètes.
- pour les bâtiments tertiaires (bureaux), envisagés ici, il est généralement possible de disposer de document décrivant le système de chauffage. Par exemple, pour le bâtiment LGEP1 du site des Renardières, il s'agit d'un ensemble de régulateurs PI de paramètres connus.
- en ce qui concerne les températures, les profils possibles se situent généralement dans un intervalle connu. Par exemple, dans le cas d'intermittence, la température intérieure varie généralement entre 18 et 23 degrés.

L'exploitation de ces informations *a priori* sur les inconnues est une étape clé de l'inversion bayésienne, elle constitue le point de départ pour l'apprentissage statistique des données. La section suivante sera dédiée à la présentation dans un cadre général, celui du schéma 5.2, de l'approche bayésienne.

5.1.1 Inversion Bayésienne

La littérature sur l'approche bayésienne est très abondante, on ne mentionne ici que le principe général et les étapes clés, pour plus de détails sur la théorie et les applications de l'inversion bayésienne on pourra se référer à Robert [59] ou Kaipio et Somersalo [34] par exemple.

Il s'agit d'une approche de résolution de problèmes inverses basée sur les principes suivants :

1. On dispose de connaissances sur les inconnues du problème, avant même d'effectuer des mesures sur le bâtiment particulier étudié.
2. Ces connaissances font que toutes les valeurs envisageables pour les paramètres n'ont pas le même niveau de réalisme. Cela se traduit par une mesure de probabilité.
3. L'expérience réalisée produit des grandeurs observées qui dépendent de manière stochastique des valeurs prises par les paramètres. Cela se traduit par une distribution conditionnelle.

L'intérêt que présente cette approche par rapport aux méthodes classiques de régularisation est qu'elle fournit des informations plus riches que celles obtenues par minimisation de critère ; plusieurs estimations de la solution que l'on peut reconstruire à partir de la distribution *a posteriori* : moyenne *a posteriori*, loi marginale des différentes composantes. . .

Soit X le vecteur des inconnus que l'on cherche à estimer (paramètres d'un modèle en thermique du bâtiment par exemple) et Y le vecteur des observations dont on dispose, considérées comme données pour le problème inverse. Les informations mises à notre disposition sont de deux types :

1. les connaissances *a priori* $\pi(X)$: c'est la formalisation (non toujours évidente) des informations disponibles sur les inconnues (continu/discret, moyenne, écart type, . . .). Le choix de la loi *a priori* reste difficile dans certains cas et repose en général sur l'observation de la forme du signal. On peut par exemple choisir des modèles gaussiens blancs pour des signaux continus à variations rapides, des gaussiennes généralisées tronquées ou des lois gamma pour les signaux positifs.

2. la vraisemblance des données mesurées $\pi(Y|X)$: elle quantifie la probabilité théorique des observations à partir des entrées étant supposé connues les inconnues X . Cette loi de probabilité est en général obtenue en faisant l'hypothèse de bruit additif indépendant de X :

$$Y = \mathcal{H}(X) + E$$

E étant le modèle de bruit -ici linéaire en V et W - dont la probabilité de distribution est supposée connue π_{bruit} . On en déduit la vraisemblance :

$$\pi(Y|X) = \pi_{bruit}(Y - \mathcal{H}(X))$$

La loi conjointe de X et Y permet de mixer ces deux sources d'information grâce à la relation de Bayes :

$$\pi(X, Y) = \pi(Y|X)\pi(X) = \pi(X|Y)\pi(Y) \quad (5.1)$$

où $\pi(Y) = \int \pi(X)\pi(Y|X)dX$ est la loi marginale de Y , non connue mais indépendante des paramètres inconnus X du problème. Son évaluation est difficile sauf dans le cas particulier de lois simples comme les lois gaussiennes mais un des intérêts des méthodes MCMC (Monte Carlo par Chaînes de Markov), que nous présenterons dans la partie suivante, est que sa connaissance n'est pas indispensable pour résoudre le problème d'inversion.

Le théorème de Bayes fournit la distribution de X conditionnellement à Y qui découle directement de l'égalité 5.1 :

$$\pi(X|Y) = \frac{\pi(Y|X)\pi(X)}{\int \pi(X)\pi(Y|X)dX}$$

Cette probabilité qui combine connaissance *a priori* des inconnues et les informations contenues dans la mesure est la distribution *a posteriori* de X . Elle peut servir à estimer plusieurs grandeurs caractéristiques de X *a posteriori* : moments, quantiles,... En effet, toute fonction g de X peut être estimée *a posteriori* de la manière suivante :

$$E[g(X)] = \frac{\int g(X)\pi(Y|X)\pi(X)dX}{\int \pi(X)\pi(Y|X)dX}$$

Plusieurs difficultés peuvent apparaître à ce niveau :

1. le calcul explicite de la loi *a posteriori* peut être impossible,
2. la fonction g est compliquée
3. même si ces lois sont connues, lorsque l'intégrale n'a pas une forme analytique, le calcul numérique de $E[g(X)]$ peut nécessiter une puissance de calcul considérable surtout en grande dimension.

Ces difficultés d'ordre pratique sont à l'origine du développement de techniques de simulation stochastique qui constituent un moyen d'approximation basées sur la méthode de Monte Carlo. Ces approches feront l'objet de la section suivante où on abordera particulièrement les méthodes à noyaux de Metropolis Hastings qui seront utilisées par la suite.

5.1.2 La simulation stochastique

On entend par simulation dans le contexte de notre étude la mise en évidence de la variabilité résiduelle engendrée par $\pi(Y)$. Cela se fait par la génération de scénarios à partir des lois conjointes définies au 5.1.

Nous nous intéressons ici plus particulièrement à la simulation de la loi *a posteriori*. La génération d'échantillons directement à partir de la loi *a posteriori* n'est pas facile sauf dans certains cas standards. Par exemple, dans le cas où la loi est scalaire, on peut être amené à utiliser des techniques directes¹ comme le changement de variable à partir d'une loi simple dont l'échantillonnage est maîtrisé (loi uniforme typiquement).

Dans les cas multidimensionnels et/ou non standards, on fait appel à l'échantillonnage par chaîne de Markov. L'idée principale est de générer une suite de points distribués asymptotiquement selon la loi *a posteriori*. Pour générer ces échantillons, on fait appel aux techniques MCMC, faciles, efficaces et basées sur l'utilisation de la méthode de Monte Carlo.

Ayant à disposition cette suite $\{x_i, i = 1 \dots n\}$ qui admet pour limite ergodique la loi cible (loi *a posteriori* dans le cas envisagé ici), la méthode de Monte Carlo consiste à approcher la valeur exacte de l'intégrale en évaluant la fonction à intégrer en ces points :

$$\int g(X)\pi(X|Y)dX = E[g(X)] \approx \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n g(x_i)$$

Lorsque les points x_i forment une chaîne ergodique, la loi des grands nombres assure la convergence de la somme vers la valeur de l'intégrale quand le nombre d'échantillons augmente.

Pour comprendre les techniques de MCMC qui fournissent la suite x_i , on présente la définition de chaîne de Markov ainsi que les propriétés nécessaires sans rentrer dans le détail de la théorie (on pourra consulter Feller [16] à ce titre).

5.1.2.1 Chaîne de Markov

Il s'agit d'un processus stochastique $\{x_0, \dots, x_n\}$ à temps discret avec la propriété que l'information induite par la connaissance de toutes les variables antérieures à t est résumée à l'instant $t - 1$ par x_{t-1} ($t - k$ à $t - 1$ pour une chaîne d'ordre k , on considère ici les chaînes d'ordre 1), ce qui se traduit en terme de densité de probabilité de la manière suivante :

$$P(x_t|x_0, x_1, \dots, x_{t-1}) = P(x_t|x_{t-1})$$

On définit le noyau de transition de la chaîne, $\mathcal{K}_t(\cdot|\cdot) = P(x_t|x_{t-1})$. Lorsque ce noyau est indépendant de l'indice t la chaîne est dite homogène.

Pour une chaîne homogène, le noyau de transition peut être construit de manière à laisser invariante certaines lois. On entend par invariance d'une densité π^* par $\mathcal{K}(\cdot|\cdot)$ le fait que : $\pi^* = \mathcal{K} \pi^*$, ce qui implique que si $x_{t-1} \sim \pi^*$, il en sera de même pour son successeur x_t .

Partant de cette propriété, résoudre le problème de simulation stochastique par chaînes de Markov revient à construire un noyau de transition qui laisse la loi *a posteriori* invariante, tout en garantissant la convergence de la chaîne ainsi construite vers la loi *a posteriori*.

1. D'autres techniques existent comme les méthodes de mélanges, la méthode d'acceptation-rejet ou les méthodes générales pour les densités log-concaves.

D'autres propriétés plus techniques comme :

- l'apériodicité : une chaîne est apériodique si elle n'est pas cyclique, Robert [60]) et,
 - l'irréductibilité par rapport à π^* : indépendamment du point initial, une chaîne irréductible permet d'explorer tout l'espace des points (ayant une probabilité non nulle pour π^*)
- sont nécessaires pour assurer la convergence en loi de la somme vers l'intégrale dans le cas fini².

Les techniques MCMC sont apparues en 1953 (Metropolis et al [49]) pour la physique statistique et en 1990 (Gelfand et Smith [20]) dans la littérature statistique grâce au développement des moyens informatiques (on renvoie le lecteur à Gilks et al [26] par exemple pour la mise en oeuvre pratique des méthodes MCMC). Elles utilisent des noyaux de transition réversibles par rapport à la loi cible (c'est à dire : $\pi^*(x)\mathcal{K}(y|x) = \pi^*(y)\mathcal{K}(x|y)$), propriété plus commode impliquant la stationnarité. Parmi ces méthodes, les algorithmes de Metropolis-Hastings et de Gibbs sont les plus connus. Ces algorithmes paraissent adaptés au problème de caractérisation du bâtiment respectivement dans le cas de modélisation en temps continu et en temps discret. Les paragraphes suivants sont dédiés à la présentation de leurs caractéristiques principales.

5.1.2.2 Algorithme de Metropolis-Hastings

Si l'objectif est de simuler x tel que :

$$x \sim \pi(x)$$

L'idée de l'algorithme (voir [49], [29]) repose sur le choix d'une « loi candidate » ou « loi instrumentale » conditionnelle quelconque $q(a|b)$ assez facile à simuler (loi gaussienne, loi uniforme,...), d'expression analytique connue, irréductible, apériodique et réversible pour la loi stationnaire cible.

La loi candidate sert à générer de manière itérative un candidat de l'état à l'instant $t + 1$, x_c à partir de celui à l'instant t . L'évaluation de la probabilité d'acceptation ou de rejet :

$$\alpha(x_c, x_t) = \min \left\{ \frac{\pi(x_c)q(x_t|x_c)}{\pi(x_t)q(x_c|x_t)}, 1 \right\}$$

permet d'accepter le candidat selon la règle de Metropolis :

- Générer $u \sim \mathcal{U}([0, 1])$, loi uniforme sur l'intervalle $[0, 1]$
- $\begin{cases} \text{si } u \leq \alpha(x_c, x_t), x_{t+1} = x_c \\ x_{t+1} = x_t \text{ sinon} \end{cases}$

Le noyau de transition associé à l'algorithme de Metropolis-Hastings est :

$$\mathcal{K}_{MH}(x_c|x_t) = q(x_c, x_t)\alpha(x_c, x_t)$$

lorsque $x_c \neq x_t$ complété par un terme correspondant au cas $x_c = x_t$ (voir Robert [60]).

La loi instrumentale $q(., .)$ étant parfaitement connue, on remarque que :

1. Le calcul de la probabilité ne requiert pas la connaissance de la constante de normalisation de la loi *a posteriori* (elle se simplifie).

2. Le cas non fini est plus compliqué, voir [26] à titre d'exemple

2. Si $q(.,.)$ est symétrique, ce qui est souvent le cas, alors les calculs sont plus simples puisque $\alpha(x_c, x_t)$ ne dépend que de la loi *a posteriori* :

$$\alpha(x_c, x_t) = \min\left\{\frac{\pi(x_c)}{\pi(x_t)}, 1\right\}$$

Selon le choix de loi instrumentale, plusieurs versions de l'algorithme existent. On peut néanmoins les classer en deux catégories :

► soit la loi $q(x_c, x_t)$ est indépendante de x_t , c'est la généralisation des approches d'acceptation/rejet (Robert [60])

► soit, le point x_c est cherché dans un voisinage proche de x_t : $q(x_c, x_t) = q(|x_c - x_t|)$

Dans les deux cas, le choix implique une simplification de la probabilité d'acceptation et présente souvent de bonnes propriétés de convergence de l'algorithme.

5.1.2.3 Algorithme de Gibbs

Proposé par Geman et Geman en 1984 [22], l'algorithme de Gibbs est plus récent et à usage plus spécifique que l'algorithme de Metropolis-Hastings. Il est particulièrement adapté aux structures multidimensionnelles de probabilités conditionnelles connues. Si x est le vecteur des inconnues, dont la loi *a posteriori* est $\pi(x)$, on suppose que x peut être partitionné en p sous ensembles non vides (pas forcément composantes scalaires) : $x = (x_1, x_2, \dots, x_p)$ et on note :

► $x_{-i} = \{x_j, j \neq i\}$ le complémentaire de x_i dans x .

► $\pi(x_i|x_{-i}) = \pi(x_i|x_1, \dots, x_{i-1}, x_{i+1}, \dots, x_p)$ la distribution conditionnelle de x_i par rapport aux composantes restantes.

L'échantillonnage par la méthode de Gibbs consiste à simuler une à une et de manière cyclique chacune des composantes de x selon sa loi conditionnelle définie précédemment. Il peut être résumé comme suit :

Algorithme 5.1 Principe de l'échantillonneur de Gibbs

1. Choisir un point initial $x^0 = (x_1^0, x_2^0, \dots, x_p^0)$

2. A l'itération $k + 1$ de l'algorithme, simuler

$$\begin{aligned} x_1^{k+1} &\sim \pi(\cdot | x_2^k, \dots, x_p^k) \\ x_2^{k+1} &\sim \pi(\cdot | x_1^{k+1}, x_3^k, \dots, x_p^k) \\ &\vdots \\ x_p^{k+1} &\sim \pi(\cdot | x_1^{k+1}, \dots, x_{p-1}^{k+1}) \end{aligned}$$

3. $k \leftarrow k + 1$ et reprendre l'étape 2

Remarque 1. Pour chaque composante i , la suite $(x_i^k)_k$ est une chaîne de Markov.

Remarque 2. D'autres stratégies de visite existent comme par exemple le choix aléatoire à l'itération $k + 1$ d'une composante à simuler, on l'appelle dans ce cas : échantillonneur de Gibbs à balayage aléatoire.

Remarque 3. *La convergence de l’algorithme est assurée si la loi cible vérifie la propriété de positivité.*

On constate qu’il n’est pas nécessaire de calculer la loi *a posteriori* de x mais qu’il suffit d’avoir les lois conditionnelles sous-jacentes à sa partition, ce qui nous ramène à manipuler des lois uni-variées. L’utilisation de la structure de la loi *a posteriori* pour la construction du noyau de transition³, contrairement à l’algorithme de Metropolis-Hastings, présente l’avantage de générer des états avec un taux d’acceptation de 1.

Il peut parfois être compliqué d’évaluer une loi conditionnelle, on peut dans ce cas par exemple utiliser l’algorithme de Metropolis-Hastings pour cette sous-étape ce qui conduit à une version hybride de la méthode. Parmi les apports de la thèse, c’est justement le développement d’une méthode hybride de Gibbs, appropriée aux structures récursives comme les séries chronologiques et s’inscrivant dans le formalisme de filtrage de Kalman.

La section suivante sera dédiée à la mise en oeuvre de l’algorithme de Gibbs pour la caractérisation du bâtiment en temps discret. L’échantillonneur⁴ de Kalman, bien qu’il soit d’aspect théorique et général, sera présenté dans la partie traitant la simulation des températures (état caché du bâtiment) afin de mieux cerner le besoin et le contexte de son application. L’étude du problème dans le cas d’une discrétisation exacte, fortement non linéaire en les paramètres, peut être menée par l’adaptation de l’algorithme de Metropolis-Hastings.

Le choix de l’algorithme de Gibbs est motivé par ses grandes performances et par la propriété de multilinéarité de la dynamique du bâtiment qui, dans le cadre gaussien adopté ici, simplifie énormément les expressions des lois conditionnelles des inconnues.

5.2 Application de la méthode de Gibbs au modèle R3C2

Partant du schéma général 5.2, on se propose dans un premier temps d’explicitier la fonction \mathcal{H} qui relie les inconnues (paramètres et températures) à la mesure y (courbe de charge chauffage). Cela inclut la paramétrisation du régulateur de manière à obtenir une structure multi linéaire par rapport à trois groupes de paramètres : deux groupes de composantes scalaires $X_\theta = (Z_g, Z_t)$ et un groupe pour les séries chronologiques $X_T = X$.

L’inversion Bayésienne appliquée au comportement thermique du bâtiment est faite dans un cadre gaussien. Les bruits d’état et de mesure et les informations *a priori* concernant les valeurs des paramètres scalaires ont des distributions gaussiennes de paramètres (moyenne et variance) connus. La loi *a posteriori* correspondant au problème est la synthèse des équations décrivant la dynamique du bâtiment et des connaissances *a priori* sur les différentes inconnues.

Bien que la loi *a posteriori* soit d’expression générale assez complexe, l’aspect gaussien et la multi-linéarité par rapport aux groupes d’inconnues permettent d’avoir des lois conditionnelles

3. le noyau de transition pour l’algorithme de Gibbs est :

$$\mathcal{K}_G(x, y) = \prod_{i=1}^p \pi(y_i | y_1, \dots, y_{i-1}, x_{i+1}, \dots, x_p)$$

4. Le terme « échantillonneur » est utilisé unanimement pour désigner le simulateur de Gibbs, nous l’utiliserons également pour la simulation stochastique des séries temporelles

gaussiennes de paramètres facilement calculables. Comme nous allons le montrer au paragraphe suivant, pour chaque itération de l'algorithme, la simulation se décline en trois étapes :

1. simulation des paramètres « constantes de temps » conditionnellement aux températures (retenues de l'itération précédente) et aux paramètres « gains » selon la loi conditionnelle $\pi(Z_t|X_T, Z_g, Y)$.
2. simulation des « gains » conditionnellement aux « constantes de temps » et aux températures suivant $\pi(Z_g|X_T, Z_t, Y)$.
3. Simulation des températures conditionnellement aux paramètres (générés aux étapes 1 et 2) selon la loi $\pi(X_T|X_\theta, Y)$.

La formulation de chacune des lois conditionnelles utilisées précédemment est faite dans un formalisme de filtre (et lisseur) de Kalman. L'intérêt de cette démarche est l'exploitation du caractère récursif des sous-systèmes à simuler et des données dont on dispose. Le paragraphe suivant est dédié à la présentation du filtre de Kalman dans le cas général et dans le contexte de simulation (ou échantillonneur).

5.2.1 Formulation du problème

Ignorer la régulation dans une procédure d'inversion en assimilant une boucle fermée à une boucle ouverte induit des erreurs aussi bien sur l'estimation des paramètres du modèle de bâtiment que sur les séries de températures. En même temps, modéliser la régulation de température augmente le nombre de variables à estimer et par suite la complexité de l'inversion ce qui nous oriente vers des modèles simples et usuels.

En effet, d'une part sa simplicité et son efficacité font que le régulateur Proportionnel Intégral est souvent à la base des régulateurs utilisés dans le secteur tertiaire. D'autre part, sa linéarité simplifie grandement la boucle de rétroaction (contrairement à d'autres systèmes simples et intuitifs mais qui ne sont pas linéaires comme le régulateur Tout Ou Rien).

5.2.1.1 Prise en compte de la régulation

A partir de l'écart entre la température de consigne (souhaitée) et la température intérieure atteinte $E - T_{int}$, le régulateur PI conduit à une puissance de chauffage appelée :

$$Q_{ch} = K \left[(E - T_{int}) + \frac{1}{\tau_i} \int (E - T_{int}) \right]$$

K est la bande proportionnelle du PI et τ_i la constante de temps associée. Ces deux paramètres sont *a priori* inconnus et donc à intégrer dans la démarche d'inversion.

Dans la suite, une méthode de prise en compte de ces inconnues supplémentaires est présentée, l'idée étant qu'elles soient simulées simultanément avec les paramètres du modèle du bâtiment (résistances et capacités). Dans un premier temps la modification de la simulation des températures T_{int} et T_s en fonction de cette nouvelle configuration du problème est présentée.

Partant des équations de la dynamique du bâtiment, le but de cette démarche est de reparamétriser le problème afin d'écrire ces équations sous forme multi-linéaire en des groupes de paramètres.

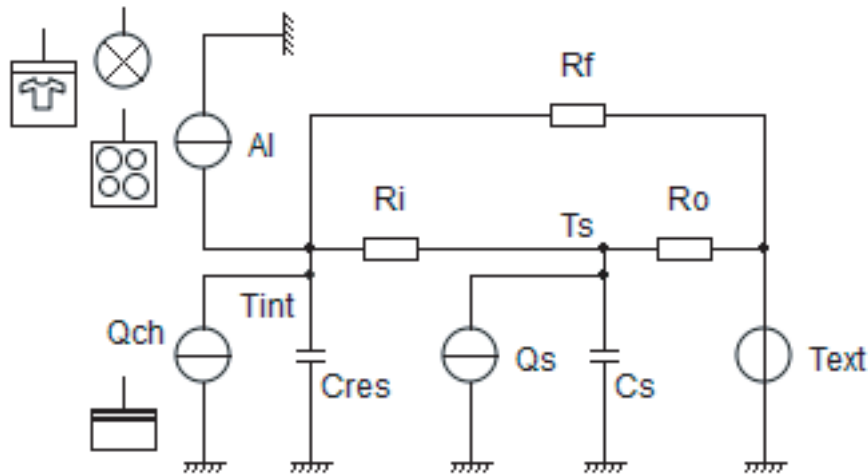


FIGURE 5.3: Schéma R3C2 pour le bâtiment

Comme nous le verrons, cela facilite grandement la mise en oeuvre de l'algorithme de Gibbs dans le cadre gaussien.

Le bâtiment régulé en température peut être décrit par les équations suivantes :

$$\begin{cases} Q_{res} = Q_{ch} + AI = C_{res} \cdot \dot{T}_{int} + \left(\frac{1}{R_f} + \frac{1}{R_i}\right) T_{int} - \frac{1}{R_i} T_s - \frac{1}{R_f} T_{ext} \\ Q_s = C_s \cdot \dot{T}_s + \left(\frac{1}{R_o} + \frac{1}{R_i}\right) T_s - \frac{1}{R_i} T_{int} - \frac{1}{R_o} T_{ext} \\ Q_{ch} = K \left(E - T_{int} + \frac{1}{\tau} \int (E - T_{int}) \right) \end{cases} \quad (5.2)$$

où :

- Q_{res} : puissance de chauffage totale, elle est la somme des apports internes AI et de la part puissance Q_{ch} fournie par le système de chauffage (convecteur, radiateur,...),
- Q_s : flux solaire,
- E, T_s, T_{int}, T_{ext} : températures de consigne, de structure, intérieure et extérieure,
- $C_{res}, C_s, \frac{1}{R_f}, \frac{1}{R_i}, \frac{1}{R_o}$: capacités et conductances thermiques équivalentes du modèle du bâtiment,
- K, τ : bande proportionnelle et constante de temps du régulateur Proportionnel Intégral de chauffage.

Afin d'alléger les notations, on regroupe les paramètres inconnus dans un vecteur :

$$Z = \begin{pmatrix} z_{res} = \frac{1}{C_{res}} \\ z_s = \frac{1}{C_s} \\ z_\tau = \frac{1}{\tau} \\ z_f = \frac{1}{R_f} \\ z_i = \frac{1}{R_i} \\ z_o = \frac{1}{R_o} \\ z_K = K \end{pmatrix} \text{ et on rajoute une variable d'état supplémentaire (équivalente à une température) :}$$

$$d = \frac{1}{\tau} \int (E - T_{int})$$

L'équation 5.2 de la boucle fermée devient :

$$\begin{cases} z_{res}Q_{res} = \dot{T}_{int} + z_{res}(z_f + z_i)T_{int} - z_{res}z_iT_s - z_{res}z_fT_{ext} \\ z_sQ_s = \dot{T}_s + z_s(z_o + z_i)T_s - z_sz_iT_{int} - z_sz_oT_{ext} \\ \dot{d} = z_\tau(E - T_{int}) \\ Q_{ch} = z_K(E - T_{int} + d) \end{cases}$$

Ce qui fait ressortir⁵ une représentation d'état du système global avec comme :

► vecteur d'état $X = \begin{pmatrix} T_{int} \\ T_s \\ d \end{pmatrix}$,

► commandes (ou perturbations) $U = \begin{pmatrix} T_{ext} \\ AI \\ Q_s \\ E \end{pmatrix}$ et

► observation (ou mesure) Q_{ch} .

L'écriture sous forme d'état déterministe de ce système peut alors se mettre sous la forme :

$$\begin{cases} \dot{X} = \begin{pmatrix} -z_{res}(z_f + z_i + z_K) & z_{res}z_i & z_{res}z_K \\ z_sz_i & -z_s(z_o + z_i) & 0 \\ -z_\tau & 0 & 0 \end{pmatrix} X + \\ + \begin{pmatrix} z_{res}z_f & z_{res} & 0 & z_{res}z_K \\ z_sz_o & 0 & z_s & 0 \\ 0 & 0 & 0 & z_\tau \end{pmatrix} U \\ Q_{ch} = z_K [(-1 \ 0 \ 1)X + (0 \ 0 \ 0 \ 1)U] \end{cases} \quad (5.3)$$

5.2.1.2 Discrétisation

Soit en discrétisant au pas de temps Te par la méthode d'Euler et en prenant en compte les bruits d'état V et de mesure W :

$$\begin{cases} \frac{X[k+1] - X[k]}{\Delta t} = A(Z_t, Z_g)X[k] + B(Z_t, Z_g)U[k] + V[k] \\ Q_{ch}[k] = C(Z_g)X[k] + D(Z_g)U[k] + W[k] \end{cases} \quad (5.4)$$

La méthode d'Euler (ou bloqueur d'ordre zéro) est une approximation qui se justifie dans notre cas en comparant les valeurs propres de $I + A\Delta t$ à celles de $\exp^{A\Delta t}$.

Cette formulation du problème est linéaire en chacun des trois groupes d'inconnues :

► Les températures $X = \begin{pmatrix} T_{int} \\ T_s \\ d \end{pmatrix}$,

5. En reportant $Q_{res} = Q_{ch} + AI$

► Les « constantes de temps » $Z_t = \begin{pmatrix} z_{res} \\ z_s \\ z_\tau \end{pmatrix}$,

► Les « gains » $Z_g = \begin{pmatrix} z_f \\ z_i \\ z_o \\ z_K \end{pmatrix}$

ce qui suggère de les simuler alternativement à l'aide de l'algorithme de Gibbs.

5.2.2 Expressions des lois conditionnelles pour les paramètres

Cette partie traite la simulation des paramètres scalaires. Dans chacun des cas, on réécrit les équations du système 5.4 pour les mettre sous forme de régression en fonction du groupe d'inconnues considéré (ce dernier sera représenté en gras).

5.2.2.1 Simulation de Z_t conditionnellement à X et Z_g

Le système 5.4 peut être réécrit de manière à permettre l'identification de la loi de Z_t , en exploitant la linéarité. Soient les matrices :

$$M = \begin{pmatrix} -(z_f + z_i + z_K) & z_i & z_K \\ z_i & -(z_o + z_i) & 0 \\ -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

et

$$H = \begin{pmatrix} z_f & 1 & 0 & z_K \\ z_o & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

et soit $\Phi_{T,Z_g}(X,U)$ la matrice diagonale, dont les coefficients sont les composantes du vecteur $MX + HU$:

$$\Phi_{T,Z_g}(X,U) = \text{diag}\{MX + HU\}$$

Alors l'itération décrite au 5.4 peut être réécrite :

$$\frac{X[k+1] - X[k]}{\Delta t} = \Phi_{T,Z_g}(X[k], U[k]) \cdot \mathbf{Z}_t + V[k]$$

$v[k]$ étant supposé être une variable de loi gaussienne, ce qui conduit à la loi conditionnelle :

$$\log(\pi(X|Z_t, Z_g)) = \text{cte} - \frac{1}{2} \sum_k \left\| \frac{X[k+1] - X[k]}{\Delta t} - \Phi_{T,Z_g}(X[k], U[k]) \cdot \mathbf{Z}_t \right\|_{Q^{-1}}^2 \quad (5.5)$$

où Q est la matrice de covariance du bruit gaussien V .

Les variables Z_t et Z_g étant supposées indépendantes *a priori*, la loi $\pi(Z_t, Z_g)$ est factorisée. Alors d'après la relation de Bayes 5.1, la loi conjointe est de la forme :

$$\log(\pi(X, Z_t, Z_g)) = \text{cte} - \frac{1}{2} \sum_k \left\| \frac{X[k+1] - X[k]}{\Delta t} - \Phi_{T, Z_g}(X[k], U[k]) \cdot Z_t \right\|_{Q^{-1}}^2 + \log(\pi(Z_t)) + \log(\pi(Z_g))$$

La loi conditionnelle de Z_t est identifiable en isolant les termes dépendant de Z_t dans cette expression :

$$\log(\pi(Z_t|X, Z_g)) = \text{cte} - \frac{1}{2} Z_t^T N Z_t + \frac{1}{2} Z_t^T O + \frac{1}{2} O^T Z_t + \log(\pi(Z_t))$$

$$\text{avec : } \begin{cases} N = \sum_k \Phi_{T, Z_g}(X[k], U[k])^T Q^{-1} \Phi_{T, Z_g}(X[k], U[k]) \\ O = \sum_k \Phi_{T, Z_g}(X[k], U[k])^T Q^{-1} \frac{X[k+1] - X[k]}{\Delta t} \end{cases}$$

Ainsi, en adoptant une loi *a priori* gaussienne pour Z_t :

$$\log(\pi(Z_t)) = \text{cte} - \frac{1}{2} (Z_t - \mu_t)^T \Sigma_t^{-1} (Z_t - \mu_t)$$

Nous obtenons la loi *a posteriori* pour Z_t comme une gaussienne de covariance, $\Sigma_{Z_t|X, Z_g}$ telle que :

$$\Sigma_{Z_t|X, Z_g}^{-1} = \Sigma_t^{-1} + \sum_k \Phi_{T, Z_g}(X[k], U[k])^T Q^{-1} \Phi_{T, Z_g}(X[k], U[k]) \quad (5.6)$$

et d'espérance :

$$E[Z_t|X, Z_g] = \Sigma_{Z_t|X, Z_g} \left\{ \mu_t + \sum_k \Phi_{T, Z_g}(X[k], U[k])^T Q^{-1} \frac{X[k+1] - X[k]}{\Delta t} \right\} \quad (5.7)$$

Remarque 4. Nous n'explicitons pas la dépendance de Q en le pas de discrétisation Δt , il peut être plus approprié de prendre $Q = \Delta t \cdot Q_0$ (voir les propriétés d'un Brownien).

5.2.2.2 Simulation de Z_g conditionnellement à X et Z_t :

Nous reprenons le système 5.4 de la même manière que précédemment, en définissant cette fois-ci :

$$L = \text{diag}\{Z_t\} \begin{pmatrix} AI \\ Q_s \\ E - T_{int} \end{pmatrix}$$

et

$$\Phi_{T, Z_t}(X, U) = \text{diag}\{Z_t\} \begin{pmatrix} T_{ext} - T_{int} & T_s - T_{int} & 0 & E - T_{int} + d \\ 0 & T_{int} - T_s & T_{ext} - T_s & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Alors l'itération décrite au 5.4 peut être réécrite :

$$\frac{X[k+1]-X[k]}{\Delta t} = \Phi_{T,Z_t}(X[k], U[k]) \cdot \mathbf{Z}_g + L[k] + V[k]$$

Lorsque l'on exprime la loi conditionnelle de Z_g , le terme $L[k]$ rentre dans la partie constante et on retrouve les mêmes expressions de la covariance et l'espérance conditionnelles que 5.6 et 5.7.

5.2.3 Échantillonneur de Kalman

Après la simulation des paramètres scalaires, on s'intéresse dans cette partie à la simulation de l'état :

$$X_{1:N} \sim \pi(X_{1:N} | Z_g, Z_t, Y_{1:N}, U_{1:N}) \quad (5.8)$$

où la notation $X_{1:N}$ désigne la série $\{X_1, X_2, \dots, X_N\}$ et Y la courbe de charge chauffage. Procéder, comme pour les paramètres, en recalculant la matrice de covariance de toute la série (de l'ordre de 4000 échantillons pour un mois de mesure au pas 10 minutes) à chaque itération de l'algorithme de Gibbs, n'est pas acceptable d'un point de vue informatique. Pour résoudre ce problème, nous exploitons la structure récursive de la représentation d'état du système et nous proposons une extension de la méthode classique de lissage de Kalman au contexte de simulation.

Dans un premier temps, nous présentons le filtre de Kalman qui fournit de proche en proche les espérance et variance conditionnelles de chaque composante de l'état conditionnellement aux mesures disponibles jusqu'à l'instant courant k , soit :

$$\pi(X_k | Y_{1:k}) = \mathcal{N}(\mu_{k|k}, \Sigma_{k|k})$$

Le conditionnement par rapport à la série de mesures complète est assuré par le lisseur, la mise en oeuvre de ce dernier fournit les paramètres de la loi gaussienne $\pi(X_k | Y_{1:N})$:

$$\pi(X_k | Y_{1:N}) = \mathcal{N}(\mu_{k|N}, \Sigma_{k|N})$$

L'apport de la thèse à ce niveau consiste à générer de manière récursive une trajectoire $X_{1:N}^S$, simulation de la loi conditionnelle $\pi(X_{1:N} | Y_{1:N})$. Cette partie consacrée à l'échantillonneur achève l'étape de simulation de $X \sim \pi(X | Z_t, Z_g)$.

L'algorithme exploite la factorisation de la loi conditionnelle :

$$\pi(X_{1:N} | Y_{1:N}) = \pi(X_1 | X_{2:N}, Y_{1:N}) \dots \pi(X_{N-1} | X_N, Y_{1:N}) \pi(X_N | Y_{1:N})$$

et la simplification apportée par la structure de dépendance illustrée par le graphe 5.4 :

Ce graphe traduit les relations d'indépendance conditionnelle, telles que :

$$\pi(X_{k+1} | X_{1:k}, Y_{1:k}) = \pi(X_{k+1} | Y_k)$$

Remarque 5. Dans ce paragraphe ne figurent que les termes qui sont considérés comme aléatoires à cette étape de l'échantillonneur de Gibbs. Ni la commande, ni les paramètres Z_t et Z_g n'apparaissent explicitement.

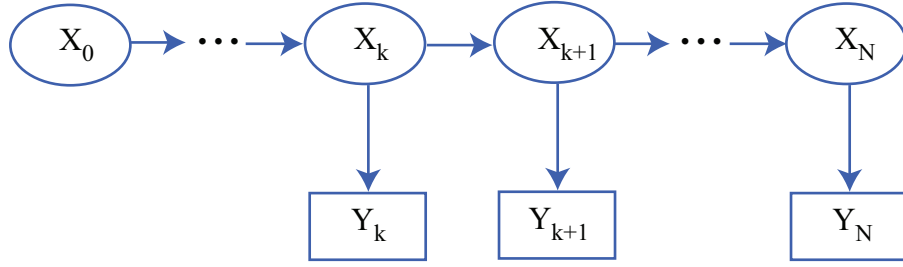


FIGURE 5.4: Observations générées à partir de l'état caché

5.2.3.1 Le filtre

Le système linéaire discret, de matrices connues, décrivant la dynamique du bâtiment⁶ :

$$\begin{cases} X_{k+1} = AX_k + BU_k + V_k \\ Y_k = CX_k + W_k \end{cases} \quad (5.9)$$

à termes de bruit indépendants et gaussiens et à condition initiale X_0 gaussienne, produit des vecteurs d'état et des observations gaussiennes par linéarité. Toutes les lois sont donc caractérisées par leurs moments d'ordres 1 et 2 (voir l'annexe C).

Soient donc :

- $\mu_{k|k} = E[X_k | Y_{1:k}]$
- $\Sigma_{k|k} = cov[X_k | Y_{1:k}]$

les espérance et covariance conditionnelles de X_k intégrant les observations (Y_1, \dots, Y_k) . On a donc :

$$\pi(X_k | Y_{1:k}) \sim \mathcal{N}(\mu_{k|k}, \Sigma_{k|k})$$

La première équation du système 5.9 donne directement, du fait que V_k est indépendant de $X_{1:k}$ et $Y_{1:k}$:

$$\begin{cases} \mu_{k+1|k} = A\mu_{k|k} + BU_k \\ \Sigma_{k+1|k} = A\Sigma_{k|k}A^T + Q \end{cases}$$

Pour conditionner par rapport à Y_{k+1} il suffit de remarquer que la seconde relation implique d'une part, la normalité de la loi $\pi(X_{k+1}, Y_{k+1} | Y_{1:k})$, et d'autre part, les relations explicites :

$$\begin{aligned} \pi(Y_{k+1} | X_{k+1}, Y_{1:k}) &= \pi(Y_{k+1} | X_{k+1}) \\ &= \mathcal{N}(C\mu_{k+1|k}, C\Sigma_{k+1|k}C^T + R) \end{aligned}$$

R étant la matrice de covariance de W . Les relations précédentes sont complétées par :

$$cov[X_{k+1}, Y_{k+1} | Y_{1:k}] = C\Sigma_{k+1|k}$$

En appliquant un résultat classique sur les vecteurs gaussiens (Kalman [35], Jazwinski [32]), on en déduit (voir annexe) :

$$\begin{cases} \mu_{k+1|k+1} = \mu_{k+1|k} + \Lambda_{k+1} \{Y_{k+1} - C\mu_{k+1|k}\} \\ \Sigma_{k+1|k+1} = \{I - \Lambda_{k+1}C\} \Sigma_{k+1|k} \\ \Lambda_{k+1} = \Sigma_{k+1|k}C^T \{C\Sigma_{k+1|k}C^T + R\}^{-1} \end{cases}$$

6. nous avons omis le terme direct DU_k pour l'équation de mesure, il suffit pour cela de prendre comme observation $Y_k = Q_{ch} - DU_k$

La loi $\pi(X_N|Y_{1:N})$ est obtenue en utilisant ces relations de proche en proche.

5.2.3.2 Le lisseur

Le lisseur de Kalman (voir Rauch et al [56] pour les équations) complète le filtre en conditionnant par rapport à toutes les mesures, il procède de manière rétrograde à partir de X_N . Les espérance et variance conditionnelles de l'état à l'instant k :

$$\begin{aligned}\mu_{k|N} &= E\{X_k|Y_{1:N}\} \\ \Sigma_{k|N} &= cov(X_k - \mu_{k|N})\end{aligned}$$

sont associées à la loi gaussienne $\pi(X_k|Y_{1:N})$. Pour établir les relations donnant les paramètres de cette loi, on considère la loi conjointe de X_k et X_{k+1} conditionnellement à toutes les mesures, $\pi(X_k, X_{k+1}|Y_{1:N})$ (en tenant compte des propriétés markoviennes de $X_{1:N}$) :

$$\begin{aligned}\pi(X_k, X_{k+1}|Y_{1:N}) &= \pi(X_k|X_{k+1}, Y_{1:N})\pi(X_{k+1}|Y_{1:N}) \\ &= \pi(X_k|X_{k+1}, Y_{1:k})\pi(X_{k+1}|Y_{1:N}) \\ &= \frac{\pi(X_{k+1}|X_k)\pi(X_k|Y_{1:k})}{\pi(X_{k+1}|Y_{1:k})}\pi(X_{k+1}|Y_{1:N})\end{aligned}\quad (5.10)$$

avec :

- $\pi(X_{k+1}|X_k) = \mathcal{N}(AX_k + BU_k, Q)$,
- $\pi(X_k|Y_{1:k}) = \mathcal{N}(\mu_{k|k}, \Sigma_{k|k})$,
- $\pi(X_{k+1}|Y_{1:k}) = \mathcal{N}(A\mu_{k|k} + BU_k, A\Sigma_{k|k}A^T + Q)$,
- $\pi(X_{k+1}|Y_{1:N}) = \mathcal{N}(\mu_{k+1|N}, \Sigma_{k+1|N})$,

D'un autre côté, la loi conjointe de X_k et X_{k+1} est gaussienne et peut être mise sous la forme :

$$\pi(X_k, X_{k+1}|Y_{1:N}) = \mathcal{N}\left(\begin{bmatrix} \mu_{k|N} \\ \mu_{k+1|k} \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} \Sigma_{k|N} & \Sigma_{k,k+1|N} \\ \Sigma_{k+1,k|N} & \Sigma_{k+1|N} \end{bmatrix}\right)$$

L'identification des termes affines et quadratiques en X_k permet de déterminer ses espérance et variance conditionnelles, $\mu_{k|N}$ et $\Sigma_{k|N}$, à partir de celles de X_{k+1} et des variables calculées par le filtre.

5.2.3.3 L'échantillonneur

Pour simuler $X_{1:N}^S$, on commence par la simulation conditionnelle de X_N , dont la loi est obtenue en fin de période du filtre. En effet, $X_N \sim \mathcal{N}(\mu_{N|N}, \Sigma_{N|N})$ on peut donc prendre comme échantillon :

$$\mathbf{X}_N^S = \mu_{N|N} + \mathbf{L}_N \eta_N \quad (5.11)$$

où L_N est obtenue classiquement par factorisation de $\Sigma_{N|N}$, $\Sigma_{N|N} = L_N L_N^T$ et η_N est un vecteur gaussien réduit indépendant.

La procédure de simulation conditionnelle se poursuit ensuite en remontant jusqu'à X_1 à partir de la factorisation de $\pi(X_k, X_{k+1}|Y_{1:N})$ faite précédemment. En effet, à l'instant k , on dispose

de X_{k+1}^S , X_k peut alors être échantillonné à partir de la loi $\pi(X_k|X_{k+1}, Y_{1:N})$, dont les paramètres peuvent être explicités à partir de 5.10 :

$$\pi(X_k|X_{k+1}, Y_{1:N}) \propto \exp \left(-\frac{1}{2} \left[(X_{k+1} - AX_k - BU_k)^T Q^{-1} (X_{k+1} - AX_k - BU_k) + (X_k - \mu_{k|k})^T \Sigma_{k|k}^{-1} (X_k - \mu_{k|k}) \right] \right)$$

Les relations permettant de déterminer les espérance et variance *a posteriori* de X_k sont :

$$\begin{aligned} \Sigma_k^{-1} &= A^T Q^{-1} A + \Sigma_{k|k}^{-1} \\ \Sigma_k^{-1} \mu_k &= \Sigma_{k|k}^{-1} \mu_{k|k} + A^T Q^{-1} (X_{k+1} - BU_k) \end{aligned}$$

Pour simplifier le calcul de l'espérance, on applique le lemme d'inversion matricielle⁷ à l'expression de la variance :

$$\begin{aligned} \Sigma_k &= \Sigma_{k|k} - \underbrace{\Sigma_{k|k} A^T (Q + A \Sigma_{k|k} A^T)^{-1} A \Sigma_{k|k}}_{J_k} \\ &= (I - J_k A) \Sigma_{k|k} \\ &= L_k L_k^T \end{aligned}$$

où J_k est le gain du lisseur de Kalman à l'instant k (voir annexe C). Par multiplication à gauche par l'expression simplifiée de la variance on obtient l'espérance *a posteriori* :

$$\begin{aligned} \mu_k &= (I - J_k A) \mu_{k|k} + (I - J_k A) \Sigma_{k|k} A^T Q^{-1} (X_{k+1} - BU_k) \\ &= (I - J_k A) \mu_{k|k} + (\Sigma_{k|k} A^T - [\Sigma_{k|k} A^T - J_k Q]) Q^{-1} (X_{k+1} - BU_k) \\ &= (I - J_k A) \mu_{k|k} + J_k (X_{k+1} - BU_k) \\ &= \mu_{k|k} + J_k (X_{k+1} - A \mu_{k|k} - BU_k) \end{aligned}$$

A l'instant k , la simulation X_{k+1}^S de X_{k+1} est disponible, le calcul fait précédemment permet de simuler X_k selon l'égalité :

$$\mathbf{X}_k^S = \mu_{k|k} + \mathbf{J}_k (\mathbf{X}_{k+1}^S - \mathbf{A} \mu_{k|k} - \mathbf{B} \mathbf{U}_k) + \mathbf{L}_k \eta_k \quad (5.12)$$

Les équations 5.11 et 5.12 résument l'algorithme d'échantillonnage de Kalman, qui a permis de générer une simulation $X_{1:N}^S$ de l'état selon la loi conditionnelle $\pi(X_{1:N}|Z_g, Z_t, Y_{1:N}, U_{1:N})$. Ceci achève la troisième étape d'une itération de l'algorithme de Gibbs.

Synthèse

Dans ce chapitre nous avons développé une version originale de l'algorithme de Gibbs, qui permet de caractériser, par inversion bayésienne, le comportement thermique du bâtiment. Ce

7. $(A^{-1} + BCB^T)^{-1} = A - AB(C^{-1} + B^T AB)^{-1} B^T A$

dernier est modélisé sous forme d'un circuit R3C2 électrique équivalent asservi en température par un régulateur Proportionnel Intégral.

L'approche que nous avons adoptée tire profit du caractère multilinéaire du système étudié et fournit des simulations stochastiques des paramètres inconnus et de l'état. Pour générer les simulations conditionnelles de l'état, nous avons mis au point un échantillonneur itératif basé sur le formalisme de Kalman.

Cette démarche est généralisable dans le cadre d'un système stochastique gaussien, mis sous forme de représentation d'état linéaire en l'état et multi-linéaire en les paramètres.

Par ailleurs, les travaux développés dans ce chapitre ont été implémentés sous forme d'une boîte à outils sous Matlab et ont fait l'objet d'une publication dans une conférence internationale (Zayane et al [68]).

Chapitre 6

Résultats de l'approche bayésienne

Ce chapitre est dédié à la présentation et l'analyse des résultats de l'algorithme de Gibbs appliqué au modèle global du bâtiment, agissant en boucle fermée. Ce modèle est constitué du circuit électrique équivalent R3C2, pour l'enveloppe du bâtiment, couplé avec un régulateur Proportionnel Intégral pour assurer le suivi de la température de consigne (température souhaitée).

La méthode a d'abord été appliquée à un jeu de données de synthèse, le choix des sollicitations est fait avec un objectif de rapprochement avec le contexte réel. Les paramètres qui ont servi à générer la courbe de charge sont connus et exploités dans un premier temps pour l'évaluation des performances de la méthode. Dans un deuxième temps, nous nous intéresserons à l'étude de la convergence de l'algorithme, et présenterons quelques outils graphiques et analytiques qui permettent d'établir un diagnostic de convergence des distributions *a posteriori*.

L'approche d'inversion bayésienne est ensuite appliquée à des données obtenues par modélisation fine d'un bâtiment constitué par cinq zones thermiques (pièces). La modélisation a été réalisée sous le logiciel de description détaillée de bâtiments CLIM 2000, développé par EDF et validé sur des données réelles.

Enfin des données réelles relevées sur site à partir d'un bâtiment du site de recherche des Renardières d'EDF ont été exploitées pour déterminer les paramètres du bâtiment instrumenté. Ces données mettent en évidence la nécessité de prendre en compte la limitation de la puissance de chauffage qui se traduit par une transformation non linéaire du système global. L'effet de la saturation sur ce dernier est étudié et nous proposons une manière de la modéliser dans un cas simplifié où la régulation est assurée par une action proportionnelle.

6.1 Application à un cas test de bâtiment

La connaissance *a priori* sur les paramètres du modèle R3C2 du bâtiment montre une grande étendue des plages de valeurs typiques. En effet l'ordre de grandeur des capacités est de 10^9 contre 10^{-4} pour les conductances. Pour étudier les performances de la méthode d'inversion bayésienne et éviter les problèmes liés à la sensibilité des calculs numériques, nous avons effectué un changement d'échelle de temps et des paramètres, illustré dans le tableau 6.1 :

$$\begin{array}{l}
coef_g = 1e4 \\
coef_t = 3600 \\
Q_{ch} \leftarrow Q_{ch}/coef_g \\
Q_s \leftarrow Q_s/coef_g \\
\Delta t \leftarrow \Delta t/coef_t
\end{array}
\left\| \left[\begin{array}{c} z_{res} \\ z_s \\ z_\tau \\ z_f \\ z_i \\ z_o \\ z_k \end{array} \right] \leftarrow \left[\begin{array}{c} z_{res} * coef_g * coef_t \\ z_s * coef_g * coef_t \\ z_\tau * coef_t \\ z_f / coef_g \\ z_i / coef_g \\ z_o / coef_g \\ z_o / coef_g \\ z_k / coef_g \end{array} \right] \right.$$

Tableau 6.1: *Changement d'échelle des données et des variables*

Ce changement d'échelle est rendu possible grace au fait que les paramètres interviennent par produit. Il permet d'avoir une paramétrisation avec des conductances et capacités de même ordre de grandeur sans que cela affecte les températures. Nous adopterons cette nouvelle paramétrisation pour tous les traitements effectués dans la suite.

6.1.1 Données utilisées

Pour générer la courbe de charge de chauffage, nous avons choisi des sollicitations qui sont enregistrées au bâtiment de bureaux LGEP1 du site des Renardières. Le flux solaire et les apports internes ont été multipliés par un coefficient pour les mettre à l'échelle.

Les paramètres de référence qui ont servi pour la simulation sont résumés ci-dessous :

- Paramètres du modèle : $Z_g^{ref} = \begin{pmatrix} 0.2 \\ 0.25 \\ 0.4 \\ 2 \end{pmatrix}$ et $Z_t^{ref} = \begin{pmatrix} 0.2 \\ 0.125 \\ 0.25 \end{pmatrix}$
- Période d'échantillonnage et état initial : $\Delta t = 1$, $X_0^{ref} = \begin{pmatrix} 16 \\ 15 \\ 5 \end{pmatrix}$

- Variances des bruits d'état et de mesure : $Q = diag((0.16 \quad 0.09 \quad 0.09))$, $R = 1$

Le système est simulé sous forme discrète, en utilisant la méthode d'Euler explicite. Cette discrétisation approchée ne modifie pas la dynamique du système global. Pour s'en assurer, nous avons comparé les valeurs propres de la matrice d'évolution (A pour le système en continu) obtenues par la discrétisation exacte : $\exp^{A \cdot \Delta t}$ et par la méthode d'Euler : $I + A \cdot \Delta t$.

La figure 6.1 montre les températures et puissances correspondant au modèle défini précédemment.

Les composantes du vecteur d'état (températures intérieure, de structure et action intégrale) sont illustrées sur le premier graphe où nous superposons le tracé de la température de consigne avec un scénario d'intermittence 17/ 22°C, pour mettre en évidence l'efficacité du régulateur PI choisi.

La courbe de charge de chauffage synthétisée est donnée par le deuxième graphe, elle représente un apport de puissance important comparé aux apports internes et au flux solaire. On notera la présence de valeurs négatives de Q_{ch} , non admissibles pour les cas réels (mais qui ne sont gênantes à ce stade de test de l'algorithme), dues à la non prise en compte de la saturation.

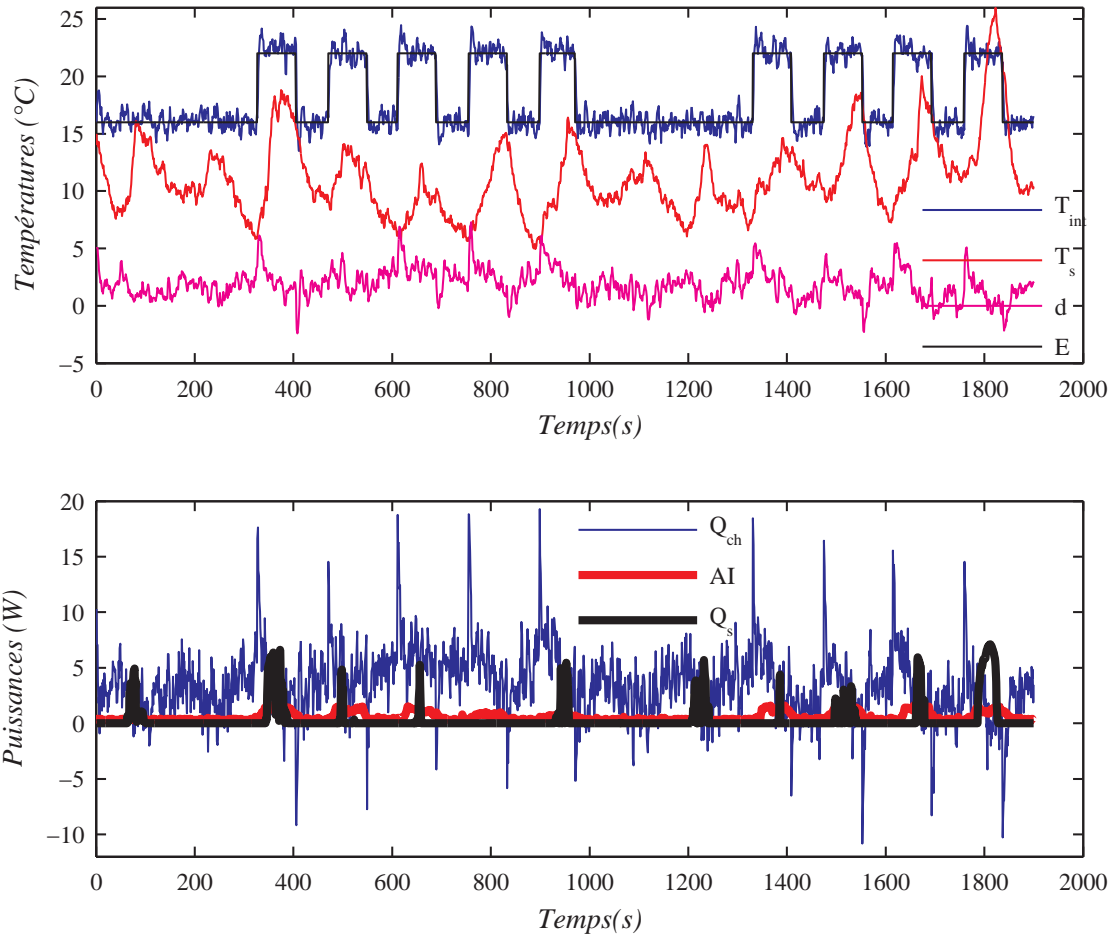


FIGURE 6.1: Données de synthèse : sollicitations, états et courbe de charge de chauffage associés aux paramètres prédéfinis

Nous soulignons tout de même que ces passages en dessous de zéro sont ponctuels et pour la plupart engendrés par le bruit de mesure, d'amplitude non négligeable.

Seules les puissances et les températures extérieure et de consigne serviront comme données pour le problème d'inversion. Les résultats de l'algorithme seront présentés sous forme de simulations stochastiques des sept paramètres scalaires et de l'état.

6.1.2 Résultats de simulation

L'algorithme de Gibbs a été mis en œuvre avec les mêmes variances des bruits d'état et de mesure (que celles qui ont servi à générer les données de synthèse). Pour tester la méthode par rapport à la connaissance *a priori*, nous avons d'abord opté pour le cas où elle n'est pas biaisée. Ensuite, nous avons testé la méthode sur un jeu de paramètres avec des lois *a priori* gaussiennes biaisées, ce qui traduit dans les cas de bâtiments réels l'incertitude par rapport à la connaissance thermique ou sectorielle des valeurs des paramètres.

6.1.2.1 Connaissance *a priori* non biaisée des paramètres

La loi *a priori* associée à chaque paramètre est une gaussienne, de moyenne égale à la valeur de référence (celle qui a servi à générer la courbe de charge) et d'écart type égal à la moitié de celle-ci.

- $Z_g : \mu_g^{pr} = Z_g^{ref}, \sigma_g^{pr} = \text{diag}\left(\frac{Z_g^{ref}}{2}\right)$
- $Z_t : \mu_t^{pr} = Z_t^{ref}, \sigma_t^{pr} = \text{diag}\left(\frac{Z_t^{ref}}{2}\right)$
- $\mu_{X_0} = X_0^{ref}$ et $\Sigma_{X_0}^{\frac{1}{2}} = \text{diag}\left(\begin{pmatrix} 0.2 \\ 0.1 \\ 0.2 \end{pmatrix}\right)$

Les simulations de la température intérieure sont illustrées sur la figure 6.2.

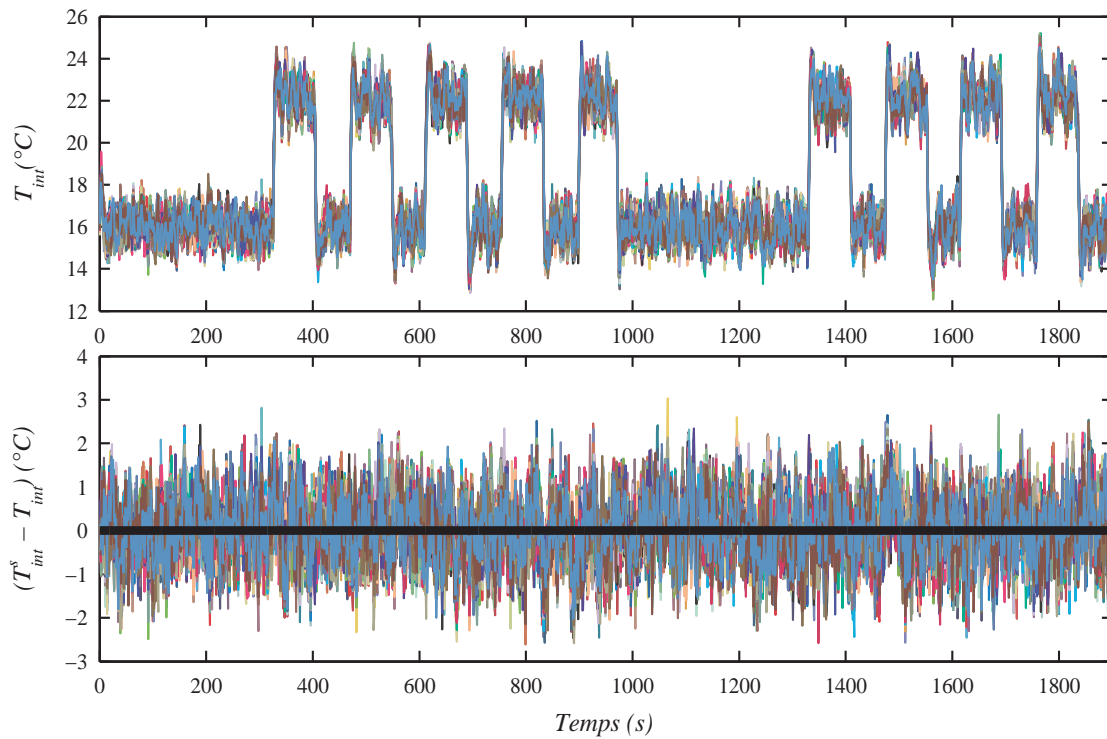


FIGURE 6.2: Simulation de la température intérieure

Pour chaque itération de l'algorithme de Gibbs, une série temporelle T_{int}^s correspondant à T_{int} est générée, elle est représentée par une couleur sur le premier graphe. Pour visualiser la variabilité des températures simulées, l'écart entre chaque série et la température de référence (variable d'état synthétisé) est illustré sur le deuxième graphe de la figure 6.2.

Les résultats de l'algorithme pour les paramètres sont les chaînes de Markov présentées sur la figure 6.3.

Chaque graphe est associé aux simulations d'un des sept paramètres pour 3000 itérations de l'algorithme de Gibbs. Les valeurs initiales des paramètres (initialisation de l'algorithme) sont tirées aléatoirement à partir des lois gaussiennes *a priori*. L'analyse des simulations de la figure 6.3 montre qu'après une phase de démarrage (500 premières itérations), chaque chaîne atteint un palier et varie autour de la valeur de référence du paramètre.

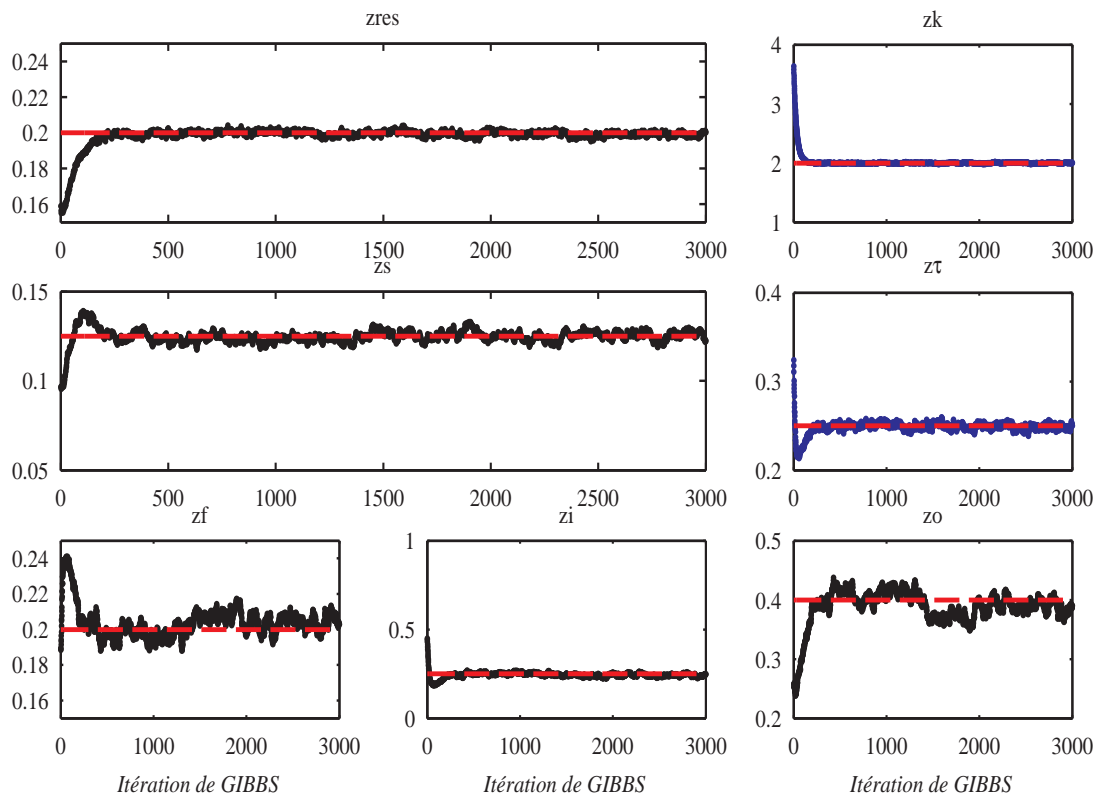


FIGURE 6.3: Simulations des paramètres du bâtiment (noir) et du régulateur (bleu) pour 3000 itérations de l'algorithme de Gibbs, les valeurs de références sont tracées en rouge.

Afin de montrer l'apport de la méthode en terme de précision sur chaque paramètre par rapport à la connaissance *a priori*, on peut par exemple comparer les fonctions de répartition relatives aux lois *a priori* et *a posteriori* de chaque paramètre comme l'illustre la figure 6.4.

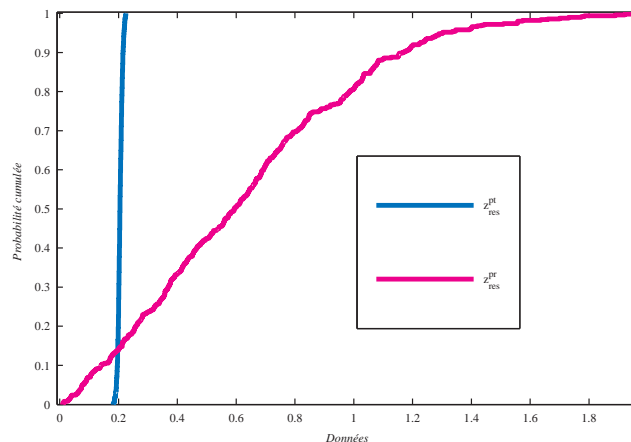


FIGURE 6.4: Probabilités cumulées des lois *a priori* (magenta) et *a posteriori* (cyan) pour le paramètre z_{res}

Une chaîne de Markov est générée à partir de la loi *a priori* gaussienne et des fonctions de répartitions gaussiennes sont ajustées aux chaînes correspondant aux distributions *a priori* et *a posteriori*. La dispersion autour de la valeur de référence définit la vitesse de croissance de la fonction de répartition. En effet, plus l'écart type de la loi gaussienne est petit, plus la croissance de la fonction de répartition est rapide.

Les résultats de l'algorithme dans ce cas, où la connaissance *a priori* et les données mesurées sont concordants, sont très satisfaisants. Dans la suite, on envisage le cas où la connaissance des paramètres est moins précise dans le sens où les lois *a priori* sont biaisées.

6.1.2.2 Biais sur les lois *a priori* des paramètres

Les espérances des loi *a priori* sont différentes des valeurs de référence, elles sont fixées à 0.5. Les écart types sont choisis assez larges (de valeur 1) pour que la connaissance *a priori* ne soit pas faussement trop informative, ce qui risque d'entraîner la non convergence de l'algorithme ou une convergence trop lente.

- $Z_g : \mu_g^{pr} = 0.5, \sigma_g^{pr} = 1$
- $Z_t : \mu_t^{pr} = 0.5, \sigma_t^{pr} = 1$

Des exemples de simulations des capacités et des paramètres du régulateur sont illustrés sur la figure 6.5.

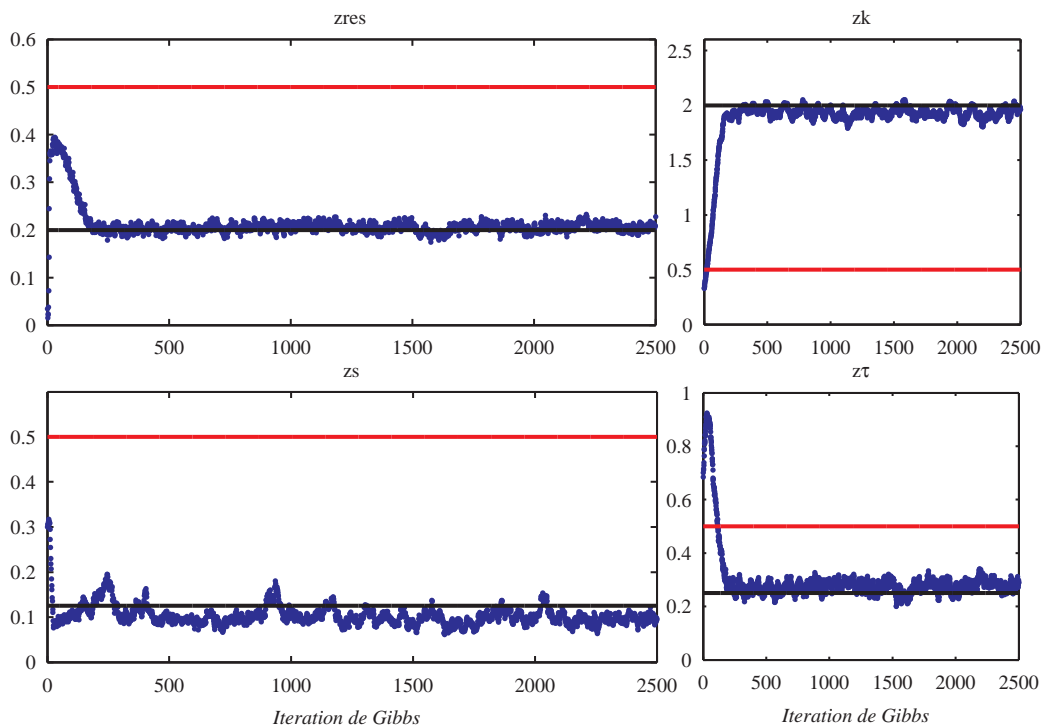


FIGURE 6.5: Simulations des paramètres (bleu), espérances des lois *a priori* (rouge) et valeurs de référence des paramètres en question (noir)

L'algorithme converge assez rapidement vers les valeurs de références pour ces quatre paramètres. Il reste néanmoins important d'étudier les propriétés de convergence de l'algorithme

plus en profondeur afin de s'assurer que les lois stationnaires sont bien explorées.

D'un point de vue pratique, il est aussi important d'estimer le nombre d'itérations nécessaires pour l'algorithme pour décrire les lois stationnaires, pour réduire le temps de calcul. L'étude de ces propriétés fait l'objet de la section suivante.

6.2 Améliorations et Méthodes de diagnostic de convergence

La simulation de Monte Carlo par Chaîne de Markov représente une méthode d'approximation permettant d'analyser les modèles complexes. Les résultats de simulation sont des échantillons d'une distribution cible, généralement d'expression analytique implicite ou suffisamment complexe pour que son calcul direct soit difficile.

Bien que la convergence théorique de la série générée par MCMC vers la loi cible soit prouvée, en pratique sa validité impose une étude « rigoureuse » de la pertinence des résultats. Pour cela, nous présentons quelques heuristiques et outils de diagnostic qui permettent d'étudier la convergence d'une chaîne de Markov $(x_i)_{i=1, \dots, N}$, obtenue comme approximation, par l'algorithme de Gibbs et plus généralement par une méthode de MCMC, d'une distribution π .

Étudier la pertinence des résultats de simulation se décline en la vérification par la chaîne (x_i) de trois propriétés essentielles : la stationnarité, l'exploration et l'estimation.

Stationnarité : La stationnarité d'une chaîne de Markov signifie que la structure du processus sous-jacent supposé n'évolue pas au cours des itérations, ou du temps, si la chaîne est vue comme une série temporelle. En pratique, on se contente d'étudier la stationnarité du second ordre.

Pour démontrer la stationnarité au second ordre, ou stationnarité faible, d'une chaîne de Markov, il faut assurer les conditions suivantes :

- ▶ $E\{X_i\} = \mu \forall i = 1, \dots, N$
- ▶ $Var\{X_i\} = \sigma^2 \neq \infty \forall i = 1, \dots, N$
- ▶ $Cov\{X_i, X_{i-k}\} = f(k) \forall i = 1, \dots, N \forall k = 1, \dots, N$

qui signifient que les moments d'ordres 1 et 2 sont finis et indépendants du temps, et que la fonction d'auto-corrélation ne dépend que de l'ampleur du décalage k .

Exploration : Une chaîne de Markov simulée comprend généralement deux phases :

- ▶ une phase de démarrage (ou burn-in) : équivalente d'un régime transitoire de la chaîne, les échantillons sont corrélés entre eux pendant cette phase,
- ▶ une phase stationnaire : qui explore la distribution cible, comme l'illustre la figure 6.6.

Les questions qui se posent à ce niveau concernent d'une part le nombre d'itérations nécessaire pour atteindre le régime stationnaire (Où s'arrête le burn in ?). Ces échantillons appartenant à la phase de démarrage sont à écarter pour toute estimation à partir de la chaîne.

D'autre part, il est utile d'un point de vue implémentation de connaître le nombre d'échantillons suffisant pour explorer la distribution stationnaire, ce qui donne une idée sur le nombre d'itérations de l'algorithme MCMC à effectuer (Est-il nécessaire d'aller jusqu'à 5000 itérations pour l'exemple de la figure 6.6 ?).

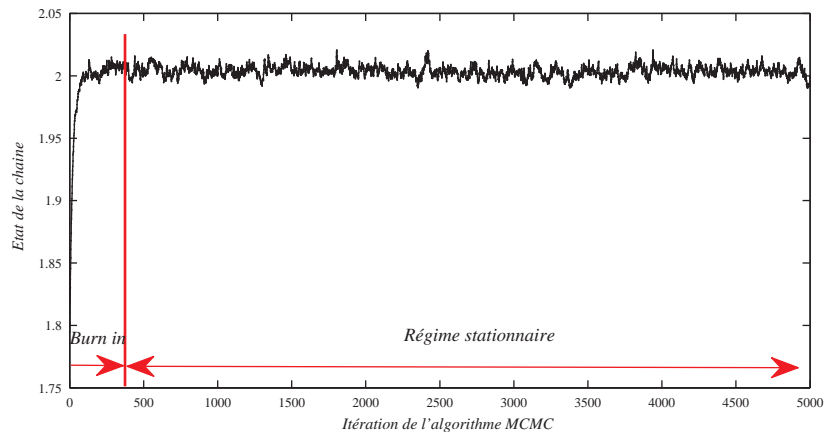


FIGURE 6.6: Exemple de simulation d'une chaîne de Markov par l'algorithme de Gibbs

Estimation : Cette propriété se rapporte à la qualité des estimations obtenues à partir de la chaîne de Markov, il s'agit typiquement de vérifier si les grandeurs caractéristiques (espérance ou plus généralement toute fonction de la variable inconnue) ne sont pas biaisées. La question centrale formulée ici est : peut-on estimer les paramètres inconnus de manière « précise » ?

Plusieurs outils ont été développés pour répondre aux questions de convergence des chaînes de Markov (voir par exemple Brooks et Roberts [8], Robert [61]).

Dans la suite, nous présentons quelques indicateurs qui permettent de donner des éléments de réponse. Nous classerons ces outils en deux catégories : graphiques et quantitatifs et nous signalerons, pour chaque méthode la/les propriétés auxquelles elle répond.

6.2.1 Méthodes graphiques

Les tracés des chaînes de Markov directement, sous forme de probabilités cumulées, de quartiles ou d'histogrammes, représentent un moyen rapide et peu coûteux pour comparer soit plusieurs chaînes (cas de simulations multi-chaînes), soit le comportement d'une chaîne sur des plages temporelles différentes.

Ils permettent de donner une indication sur la convergence, facilement interprétable, mais qui risque d'être erronée. C'est pour cette raison qu'ils sont généralement « combinés » à d'autres méthodes plus théoriques, dont les résultats sont également représentés sous forme graphique.

Tracé des chaînes L'initialisation des paramètres est faite par un tirage aléatoire à partir de la loi *a priori*, répéter cette expérience plusieurs fois et comparer les chaînes ainsi obtenues peut être révélateur de plusieurs aspects :

- La loi *a posteriori* peut avoir plusieurs modes (mélange gaussien par exemple), dans ce cas on peut avoir des chaînes très différentes en fonction de l'initialisation. Le tracé des chaînes représente, dans ce cas, un indicateur de l'homogénéité de la distribution *a posteriori*.
- La longueur de la phase de burn in : en superposant les tracés des différentes chaînes, on peut l'estimer plus précisément.

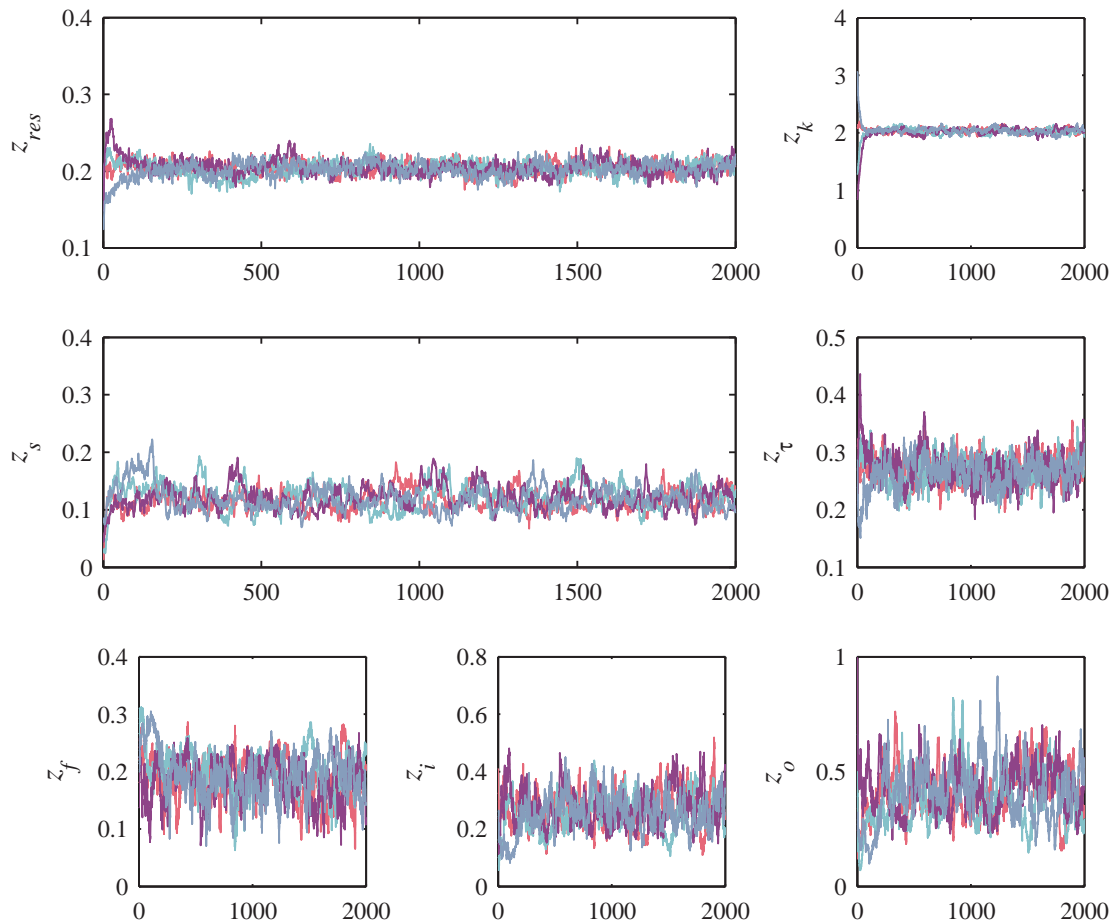


FIGURE 6.7: Chaînes correspondant à des initialisations différentes de l'algorithme de gibbs, chaque initialisation est associée à une couleur

La figure 6.7 illustre des tracés de différentes chaînes des sept paramètres du modèle global du bâtiment. La phase transitoire est par exemple plus visible pour les paramètres z_{res} et z_k . De même, on peut déduire à partir de ces tracés que la variabilité de chaque chaîne est conservée en changeant l'initialisation de l'algorithme, ce qui permet de pressentir une homogénéité des lois *a posteriori*.

Box-plot Le tracé box-plot résume quelques caractéristiques de position de la chaîne de Markov (médiane, quartiles, minimum, maximum). un exemple de ces tracé est illustré sur la figure 6.8.

Sur cette figure on peut lire :

- la valeur de la médiane (tracée en rouge) ;
- Les valeurs des premier et troisième quartile (délimitant le rectangle bleu) ;
- les valeurs minimales et maximales prise par la chaîne (traits horizontaux en noir) ;
- les points « atypiques » en dehors de la plage délimitée par le minimum et le maximum (points en rouge), ces points sont situés à une distance supérieure à trois fois la distance inter-quartiles (largeur du rectangle), soit en dessous du minimum, soit au dessus du maximum.

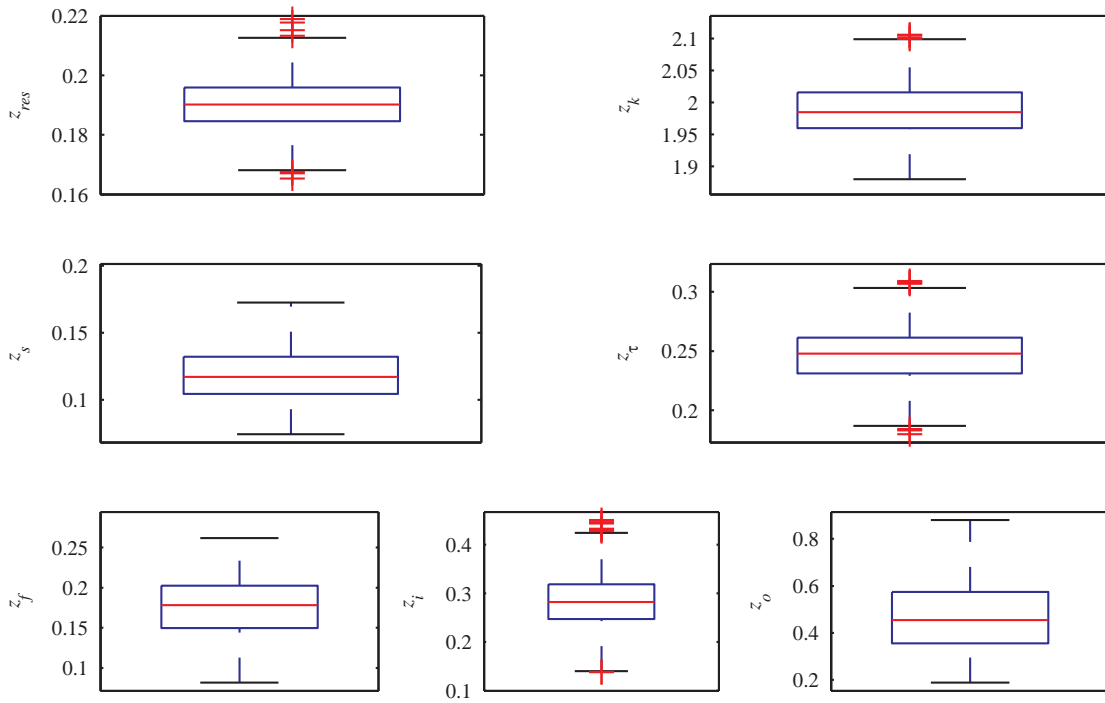


FIGURE 6.8: Exemple de tracé sous forme de box-plot des simulations des sept paramètres

Ainsi ce tracé fournit une indication sur l'étendue de la chaîne (écart entre le minimum et le maximum), une plage des valeurs les plus significatives (entre le premier et le troisième quartile), ainsi qu'une valeur type (la médiane).

Variogramme : Le variogramme (Matheron [44]) est un outil utilisé généralement en géostatistique et plus particulièrement en krigeage (méthode empirique d'estimation spatiale). Il s'agit d'une fonction qui permet de chiffrer la dispersion entre les valeurs prises par une variable aléatoire en fonction de la distance qui sépare les points de mesure.

Si $Z(x)$ est la valeur prise par la variable aléatoire Z au point d'abscisse x et $Z(x+h)$ la valeur prise par cette même variable à une distance h du premier point alors le variogramme de Z évalué en h est :

$$\gamma(h) = \frac{1}{2} \text{Var} [Z(x) - Z(x+h)]$$

Le tracé d'un variogramme présente deux parties positives : une pente et un palier. La valeur de ce dernier définit la moitié de la variance intra-chaîne. Les variogrammes n'ont pas été utilisés auparavant pour étudier la convergence des chaînes de Markov.

La figure 6.9 illustre un exemple de variogrammes expérimentaux, calculés à partir des données brutes. Afin qu'ils soient exploitables, ces variogrammes sont généralement modélisés et ajustés à partir de fonctions type (sphérique, linéaire, gaussien,...).

Notons toutefois que le variogramme (expérimental ou ajusté) est un outil de description de la continuité spatiale de la chaîne (ou phénomène dans un cadre plus général). Ainsi, la valeur à l'origine, appelée « effet de pépite », quantifie les variations à courte échelle tandis que « la

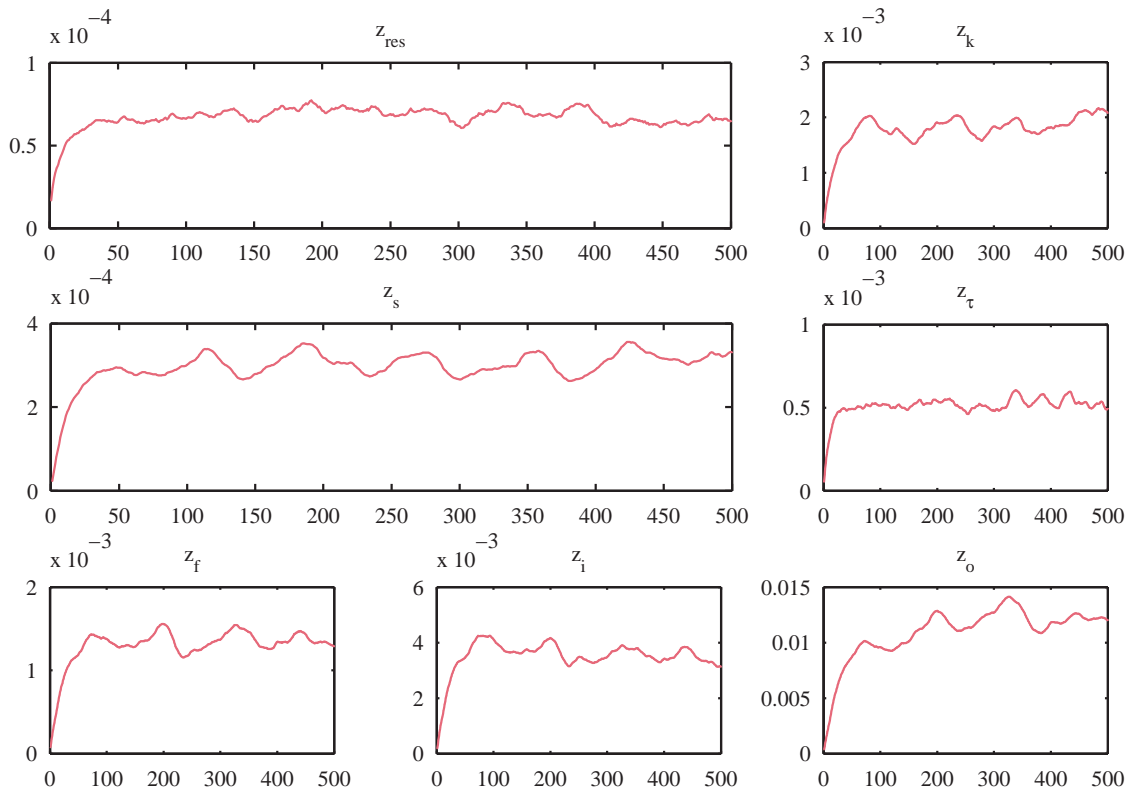


FIGURE 6.9: Variogrammes associés à un jeu de simulation des sept paramètres du modèle global du bâtiment

portée » (distance nécessaire pour atteindre le palier) définit la distance au delà de laquelle les valeurs prises par la chaîne ne sont plus liées. La portée est de ce fait un indicateur de la « durée » de la période de démarrage (burn-in).

6.2.2 Critères quantitatifs

Contrairement aux méthodes graphiques qui sont assez simples et générales, les critères quantitatifs sont à usage plus spécifique et peuvent parfois nécessiter des calculs d'une grande complexité. Nous nous contenterons de présenter deux critères assez simples à implémenter et que nous avons appliqués aux simulations des paramètres.

6.2.2.1 Comparaison des variances inter et intra-chaînes

C'est une méthode proposée par Gelman et Rubin [21] en 1992. Elle consiste à analyser m chaînes indépendantes, obtenues en lançant m fois l'algorithme de MCMC pour des initialisations différentes.

Cette heuristique permet de renseigner sur la vitesse de convergence (temps nécessaire pour atteindre le régime stationnaire) et sur l'amélioration de la qualité des estimations, obtenues à partir de la chaîne, en fonction du nombre d'itérations.

Supposons que la fonction à estimer est l'espérance, si chaque chaîne $x_{i=1:N}^{j=1:m}$ est de longueur $N = 2n$, alors on ne prend en compte que les n derniers échantillons et on procède comme illustré dans l'algorithme 6.1 :

Algorithme 6.1 *Comparaison des variances inter et intra-séquences*

1. On calcule la variance entre les moyennes \bar{x}^j des m séquences :

$$B = \frac{1}{m-1} \sum_{j=1}^m \left(\bar{x}^j - \bar{x} \right)^2$$

$$\text{avec } \bar{x}^j = \frac{1}{n} \sum_{i=n+1}^{2n} x_i^j \text{ et } \bar{x} = \frac{1}{m} \sum_{j=1}^m \bar{x}^j$$

2. On calcule la moyenne des m variances s^{j^2} intra-séquences :

$$W = \frac{1}{m} \sum_{j=1}^m s^{j^2}$$

$$\text{avec } s^{j^2} = \frac{1}{n-1} \sum_{i=n+1}^{2n} \left(x_i^j - \bar{x}^j \right)^2$$

La variance *a posteriori* de la chaîne x est approchée par :

$$\sigma^2 = \frac{n-1}{n} W + \frac{m+1}{m} B$$

elle est à comparer avec W .

6.2.2.2 Variabilité par rapport à la moyenne

Pour contrôler graphiquement la convergence d'une de chaîne de Markov, Yu et Mykland ([67]) ont proposé de calculer des sommes cumulées :

$$C_k = \sum_{i=1}^k (x_i - \bar{x})$$

avec $\bar{x} = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N x_j$, moyenne globale de la chaîne.

Plus la chaîne est mélangeante plus le graphe est bruité et concentré autour de zéro. Les chaînes qui sont faiblement mélangeantes produisent des graphes réguliers avec des zones de passage loin de zéro.

6.2.3 Prise en compte de contrainte de positivité sur les paramètres

La positivité des paramètres du bâtiment et du régulateur se traduit par des lois *a priori* et conditionnelle sous forme de gaussienne tronquée pour chacun des paramètres. Or les lois conditionnelles, gaussiennes, sont échantillonnées pour des groupes de paramètres : Z_g ou Z_t , donc pour

tenir compte de cette contrainte, nous présentons une méthode qui permet de générer un échantillon d'un vecteur (de plusieurs composantes scalaires) suivant une loi gaussienne à support positif.

Simulation d'une variable normale à support positif Plusieurs algorithmes existent (voir Mazet et al [45] à titre d'exemple) pour la simulation d'une variable gaussienne scalaire tronquée :

$$f(x) = K \exp\left(-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}\right) 1_{\mathbb{R}^+}$$

où 1_I est la fonction indicatrice : $1_I(x) = \begin{cases} 1 & \text{si } x \in I \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$

Simulation d'un vecteur à composantes gaussiennes tronquées Soit $X = (x_1 \cdots x_l)^T$ un vecteur qui suit une loi gaussienne tronquée et que l'on cherche à simuler. Le principe de la méthode consiste à appliquer un algorithme de Gibbs alternativement pour chacune des composantes du vecteur à simuler.

Pour simuler X , il suffit pour cela d'évaluer les paramètres de la loi gaussienne de x_i conditionnellement aux autres composantes x_{-i} .

6.3 Performances et robustesse de la méthode

Dans cette section, nous présentons les résultats de simulation bayésienne de l'état et des paramètres du modèle global du bâtiment. Afin de tester les performances de la méthode, nous nous proposons d'abord de l'appliquer à des données de synthèse. Ces dernières correspondent à un système global parfaitement connu.

Dans un premier temps, nous étudierons l'impact de la connaissance partielle d'une partie des inconnues sur la précision des résultats. Dans un deuxième temps, nous évaluerons l'influence de la connaissance *a priori* des paramètres et des bruits d'état et de mesure, sur le problème.

6.3.1 En fonction de la connaissance des inconnues

Dans cette partie, nous présentons les performances de l'algorithme de Gibbs dans le cas où une partie des paramètres, ou des températures, est connue. C'est typiquement le cas lorsque l'on dispose par exemple, d'une mesure de la température intérieure, ou lorsque le régulateur est connu. La figure 6.10 illustre le cas où les composantes de l'état sont connues.

Sur cette figure, sont présentés les histogrammes associés à la simulation de chacune des sept variables inconnues. Pour mettre en évidence l'amélioration apportée par la connaissance des composantes de l'état, nous avons superposé sur les histogrammes précédents ceux des lois *a priori* (on remarquera par la même occasion que ces distributions sont bien à support positif). Les valeurs de référence sont également représentées (raies verticales en rouge).

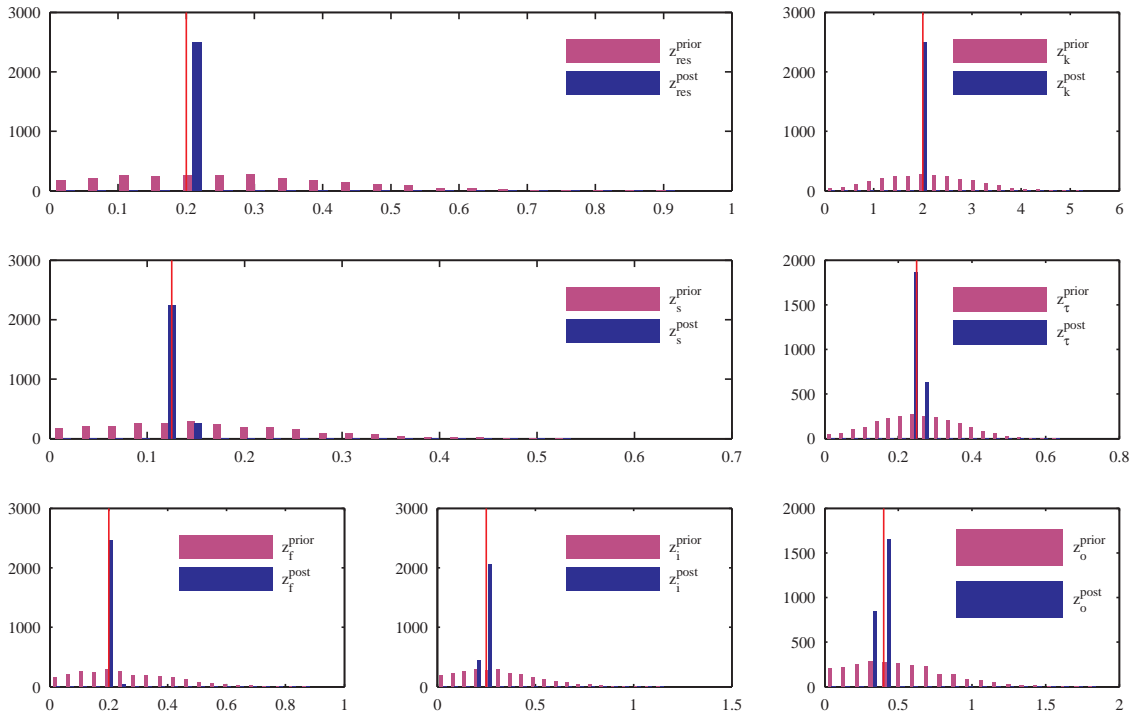


FIGURE 6.10: Histogrammes correspondant aux distributions a priori (magenta) et a posteriori (bleu) pour les sept paramètres. Les valeurs de références sont en rouge.

6.3.2 En fonction de la connaissance *a priori* du problème

La connaissance sectorielle et thermique portant sur le comportement thermique de bâtiment se présente généralement sous forme de valeurs types ou de plages de variation des paramètres du modèle. C'est à ce titre que nous nous intéressons à l'impact sur les distributions *a posteriori* de cette connaissance, qui se traduit par des écarts-types plus ou moins faibles sur les lois *a priori*. Les résultats de l'étude de trois cas test sont illustrés sur la figure 6.11.

Nous soulignons l'amélioration nette de la distance inter-quartiles lorsque l'écart-type passe de 0.5 à 0.25 fois de la valeur de l'espérance. Cette amélioration est accompagnée d'une symétrie de la distribution par rapport à la valeur de référence (« vraie » valeur du paramètre représentée par un trait noir discontinu). Cependant lorsque l'*a priori* est plus fin (0.2), l'amélioration se fait plutôt au niveau de la symétrie de la distribution en elle-même (valeur médiane par rapport aux quartiles).

La deuxième source d'information qui conditionne la qualité des résultats d'inversion se situe au niveau de la confiance en le modèle adopté. Cette confiance se traduit par le choix de la variance du bruit d'état. Or, même si la variance du bruit de mesure (précision des capteurs et du traitement numériques des données) ne relève pas du choix du thermicien, il nous a paru plus intéressant de garder le même niveau d'incertitude pour l'état et la mesure, faute de quoi on donnerait plus de poids :

- soit au modèle au détriment de l'ajustement de la courbe de charge ;
 - soit à la mesure, ce se traduirait par une précision médiocre sur les paramètres du modèle.
- C'est à ce titre que nous avons effectué des simulations en modifiant, a chaque fois, simultanément-

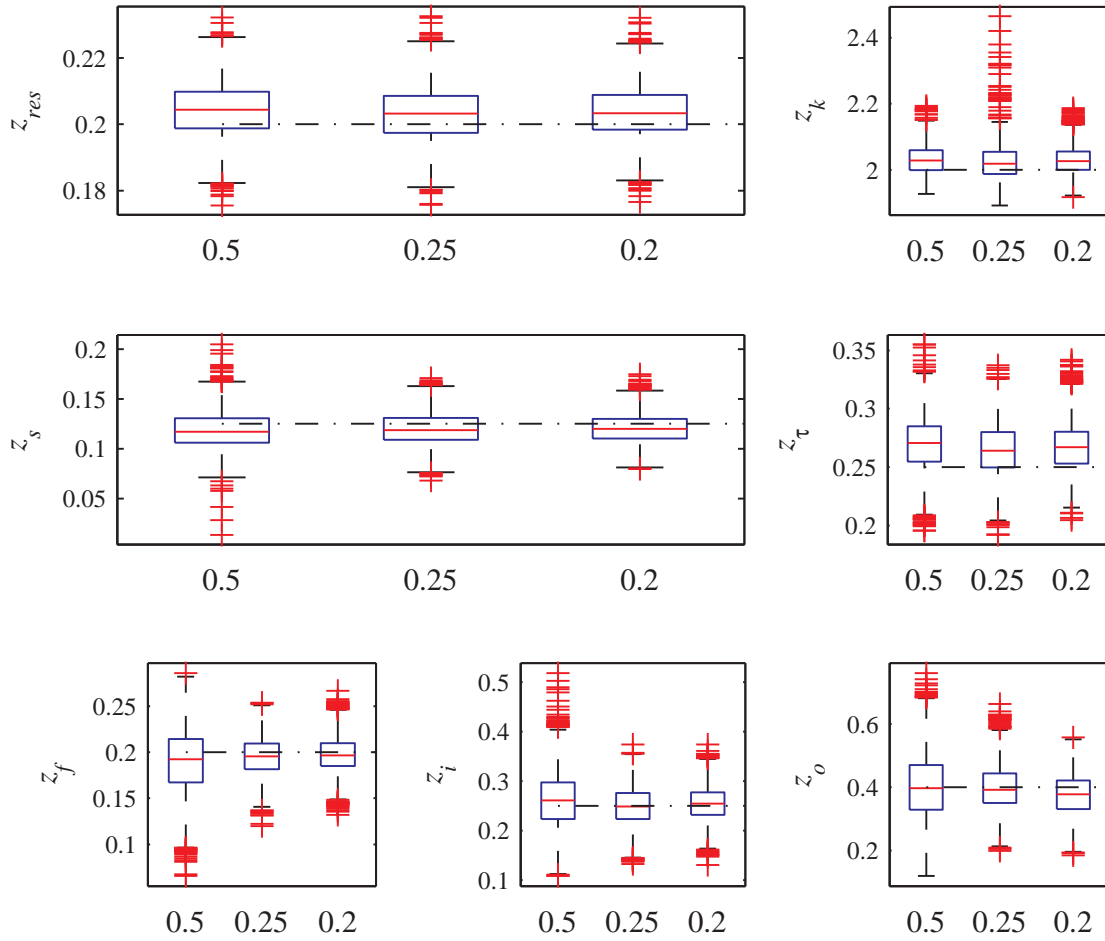


FIGURE 6.11: Box-plot des lois a posteriori pour différents écart types des distributions a priori, les écart types sont obtenus en multipliant l'espérance a priori respectivement par 0.5, 0.25 et 0.2

ment les variances des bruits d'état et de mesure. Les résultats de simulation sont illustrés sur la figure 6.12.

Il ressort des tracés box-plot des lois *a posteriori* de la figure 6.12 une amélioration très nette sur les paramètres lorsque les variances des bruits sont faibles, tant au niveau de l'espérance (médiane autour de la valeur de référence) qu'au niveau de la précision (distance inter-quartiles décroissante).

6.4 Application aux données CLIM2000 et interprétation

6.4.1 Les données CLIM2000

Les données utilisées pour l'identification, présentées dans la figure 6.13, sont obtenues à l'aide du logiciel CLIM2000 d'EDF, à un pas de temps de 5 minutes.

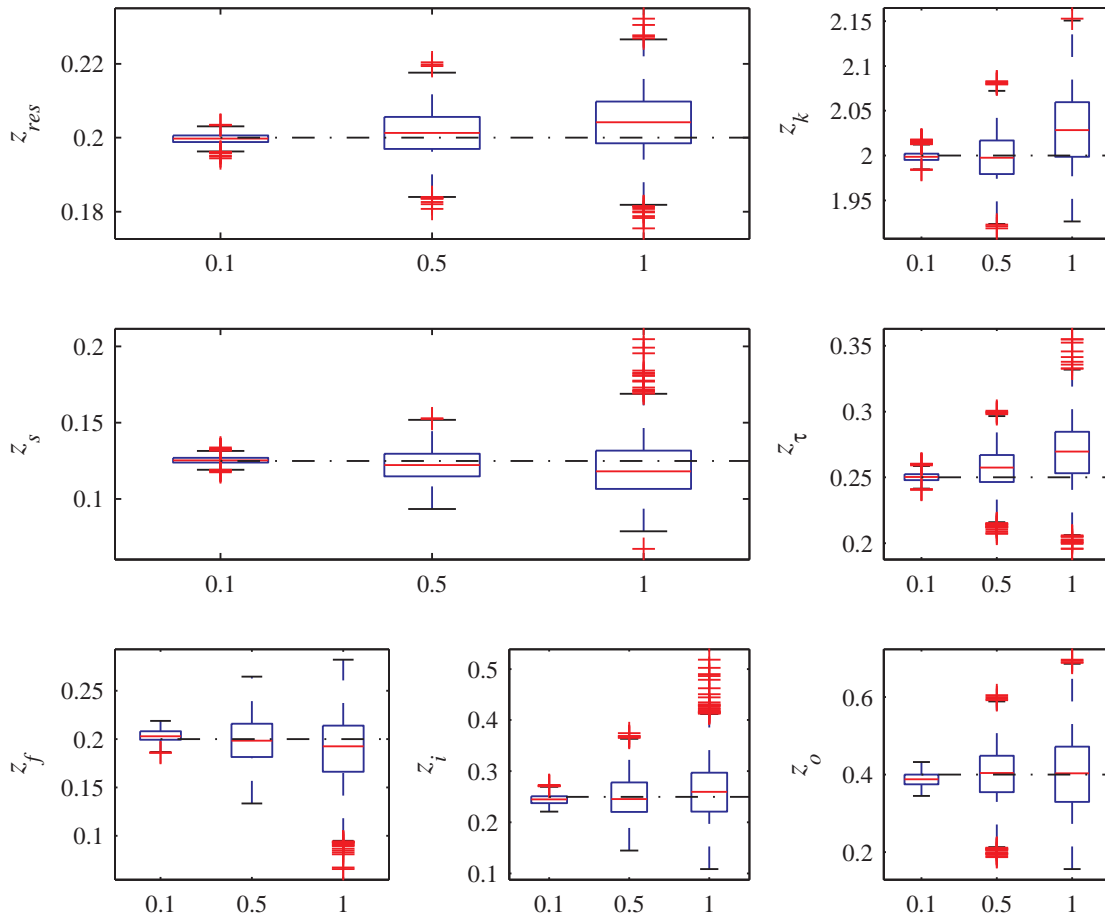


FIGURE 6.12: *Quartiles des distributions a posteriori des paramètres en fonction des variances des bruits d'état et de mesure, les matrices de variances de référence sont multipliées respectivement par 0.1, 0.5 et 1. Les valeurs de référence sur les paramètres sont représentées par des traits discontinus (noir).*

Nous rappelons que le bâtiment modélisé est constitué de cinq zones thermiques soumises à la même consigne de température (intermittence 19/20°C) et au même type de système de chauffage, l'une des zones présente une saturation de la puissance de chauffage (courbe en magenta sur la figure 6.13).

Le système équivalent considéré est supposé avoir une température intérieure, non disponible, obtenue comme moyenne des cinq zones et une consommation égale à la somme des consommations de toutes les zones.

6.4.2 Présentation des résultats et interprétation

Les simulations des composantes de l'état associé au modèle global du bâtiment sont illustrés sur la figure 6.14. L'analyse de ces résultats montre en particulier que :

- les profils des simulations de la température intérieure (T_{int}) reproduisent le comportement de la température réelle ;

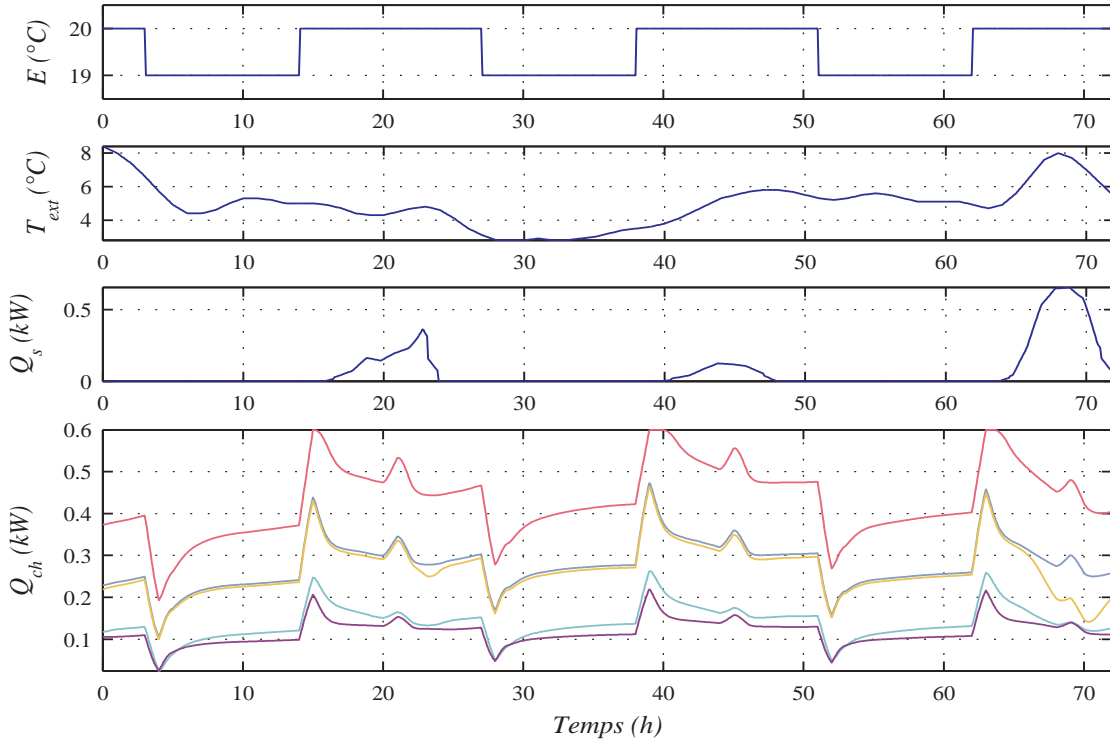


FIGURE 6.13: Données CLIM2000 pour les 5 zones : température de consigne (E), température extérieure (T_{ext}), flux solaire (Q_s) et les courbes de charges correspondant au 5 zones.

- la température de structure (T_s) ne semble pas avoir une variabilité journalière, ce comportement n'est pas prévisible étant donné que toutes les sollicitations (températures de consigne et extérieure, flux solaire) présentent varient à l'échelle de la journée.

Les grandeurs qui agissent directement sur la température de structure sont essentiellement les données météo (T_{ext} et Q_s) et la température intérieure puisqu'elles agissent sur sa dérivée, comme le montre bien la deuxième équation du système global 6.1 :

$$\begin{cases} z_{res}Q_{res} = \dot{T}_{int} + z_{res}(z_f + z_i)T_{int} - z_{res}z_iT_s - z_{res}z_fT_{ext} \\ z_sQ_s = \dot{T}_s + z_s(z_o + z_i)T_s - z_s z_i T_{int} - z_s z_o T_{ext} \\ \dot{d} = z_\tau (E - T_{int}) \\ Q_{ch} = z_K (E - T_{int} + d) \end{cases} \quad (6.1)$$

Or, comme on peut le lire à partir de la séquence des données d'entrée présentée sur la figure 6.13, la température extérieure ne varie que sur une plage de 4 °C et de manière assez lente sur la durée d'observation (3 jours), ce qui atypique en pleine période de chauffe. De même, l'amplitude des apports solaires est assez faible sur les 3 jours (cette amplitude n'est élevée qu'en fin de période d'observation : troisième jours).

Quant à la température intérieure, ses variations sont définies par la température de consigne, qui elle-même ne varie que sur 1°C. On peut donc conclure que, dans le cas où :

1. la météo est clémente (variations lentes et d'amplitude faible),

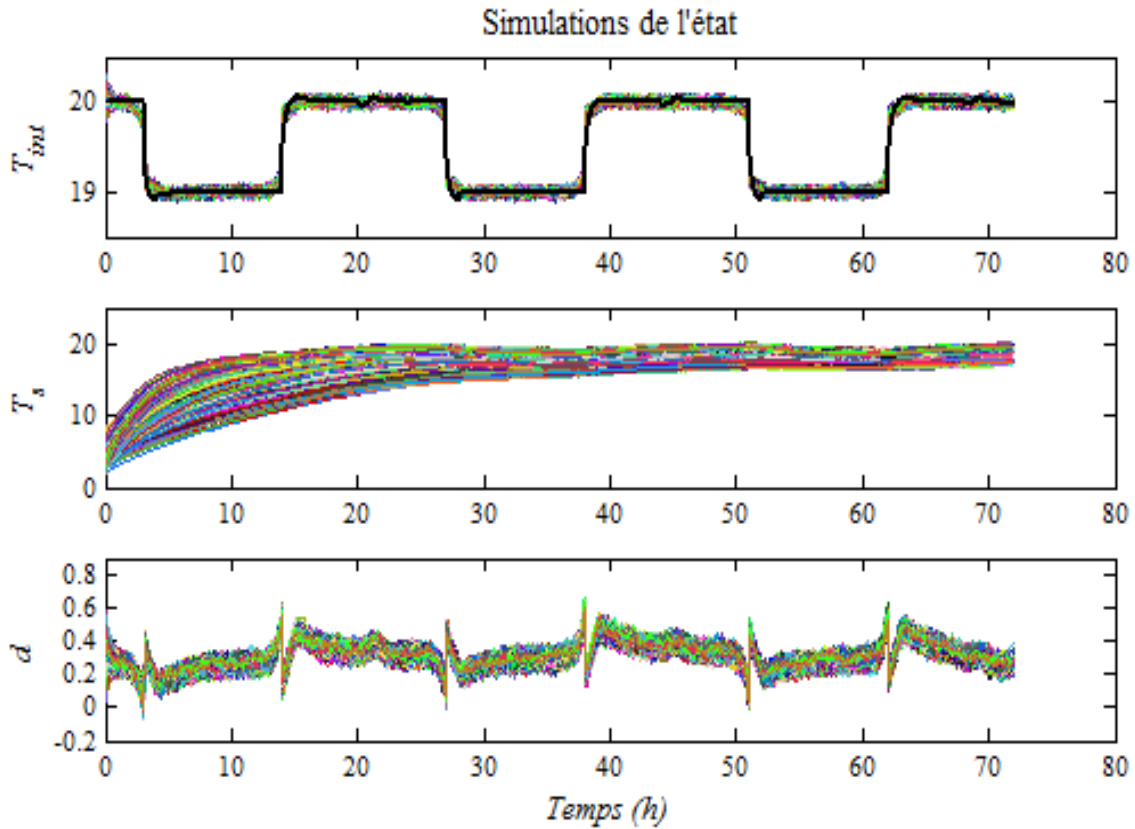


FIGURE 6.14: *Simulations de l'état associé aux données CLIM2000, chaque couleur correspond à une itération de l'algorithme de Gibbs, la température intérieure moyenne fournie par CLIM2000 est reportée sur le premier graphe (noir).*

2. le bâtiment est initialement « chargé » (un état initial avec absence de chauffage serait sans doute plus intéressant),
3. le confort souhaité ne présente pas de variations considérables au cours de la journée,

la structure du bâtiment est dans un régime « pseudo-permanent » (pratiquement insensible aux sollicitations).

Ce phénomène entraîne des difficultés considérables sur la démarche d'identification. L'analyse des conséquences d'une telle configuration de bâtiment sur la précision des paramètres du modèle, avec un retour sur les résultats d'estimation du chapitre 4, fera l'objet de la suite de cette section.

6.4.3 Comparaison avec l'estimation classique

La simulation de l'état pour les données CLIM2000 est d'un apport considérable pour la compréhension des sources d'indétermination du problème. En effet, le profil de la température de structure est révélateur du caractère dégénéré du système global (la variable d'état T_s est de dynamique quasi nulle). D'après les équations du système 6.1, cela équivaut à prendre une capacité de structure infinie (d'inverse z_s égal à 0).

C'est en effet cette indétermination qui, combinée au fait que les paramètres interviennent par produit sur les équations de la dynamique, explique la mauvaise qualité de la précision sur l'estimation des paramètres, présentée au chapitre 4.

Il est ainsi évident que pour le cas des données CLIM2000, l'information sur le comportement thermique du bâtiment ne se situe pas au niveau des valeurs des sept paramètres du modèle mais à un niveau plus global. Et c'est justement pour de telles situations que la simulation présente tout son intérêt. En effet, on peut facilement obtenir une approximation des distributions *a posteriori* de plusieurs variables globales (gains statiques, résistance équivalente, produit de variables) à partir des distributions des paramètres.

Sur la figure 6.15 présente le cas où la variable globale est le gain statique par rapport au flux solaire.

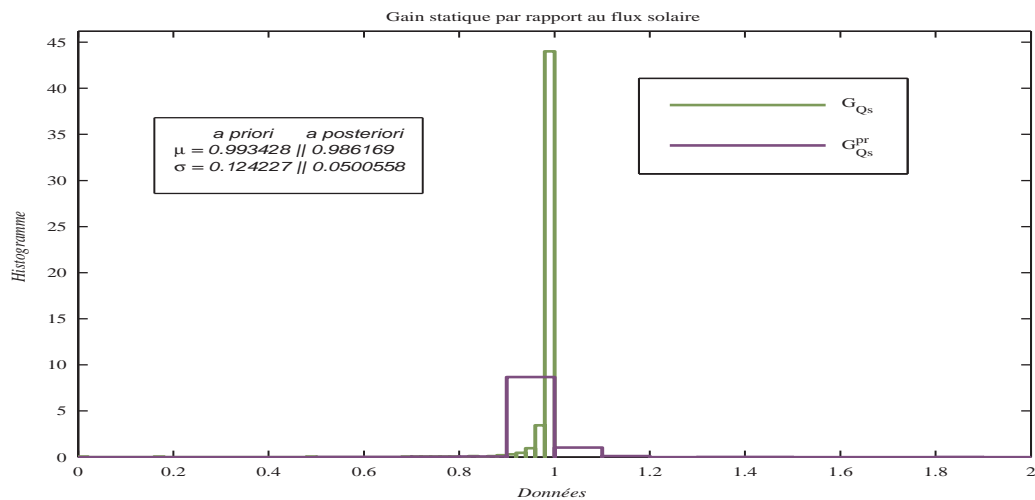


FIGURE 6.15: Histogrammes des distributions a priori (violet) et a posteriori (vert) du gain statique par rapport au flux solaire

Le principe de l'approximation consiste, par exemple dans le cas où la variable globale est le produit de deux paramètres, à multiplier les distributions des deux paramètres en question point par point. On peut appliquer cette approximation pour les distributions a priori et a posteriori, comme l'illustre le graphe 6.15.

6.5 Données réelles : bâtiment LGEP1

Ces données sont recueillies à partir d'un bâtiment de bureaux du site des Renardières. Le bâtiment est constitué de plus de 40 bureaux, équipés d'un système de chauffage/ climatisation à base d'un régulateur PI. La gestion du chauffage au niveau du bâtiment est assurée par une GTB (Gestion Technique du Bâtiment) où l'on peut enregistrer les consommations électriques pour le bâtiment global.

6.5.1 Analyse des données et résultats

Les données, présentées sur la figure 6.16, sont échantillonnées au pas de temps de 10 minutes, quand à la météo, elle est enregistrée sur le même site au niveau d'une cellule test (ETNA) conçue pour l'expérimentation de nouveaux composants de bâtiment et la validation des logiciels de modélisation. Le pas de mesure pour la météo est la minute et les données sont ensuite sur échantillonnées au pas de 10 minutes.

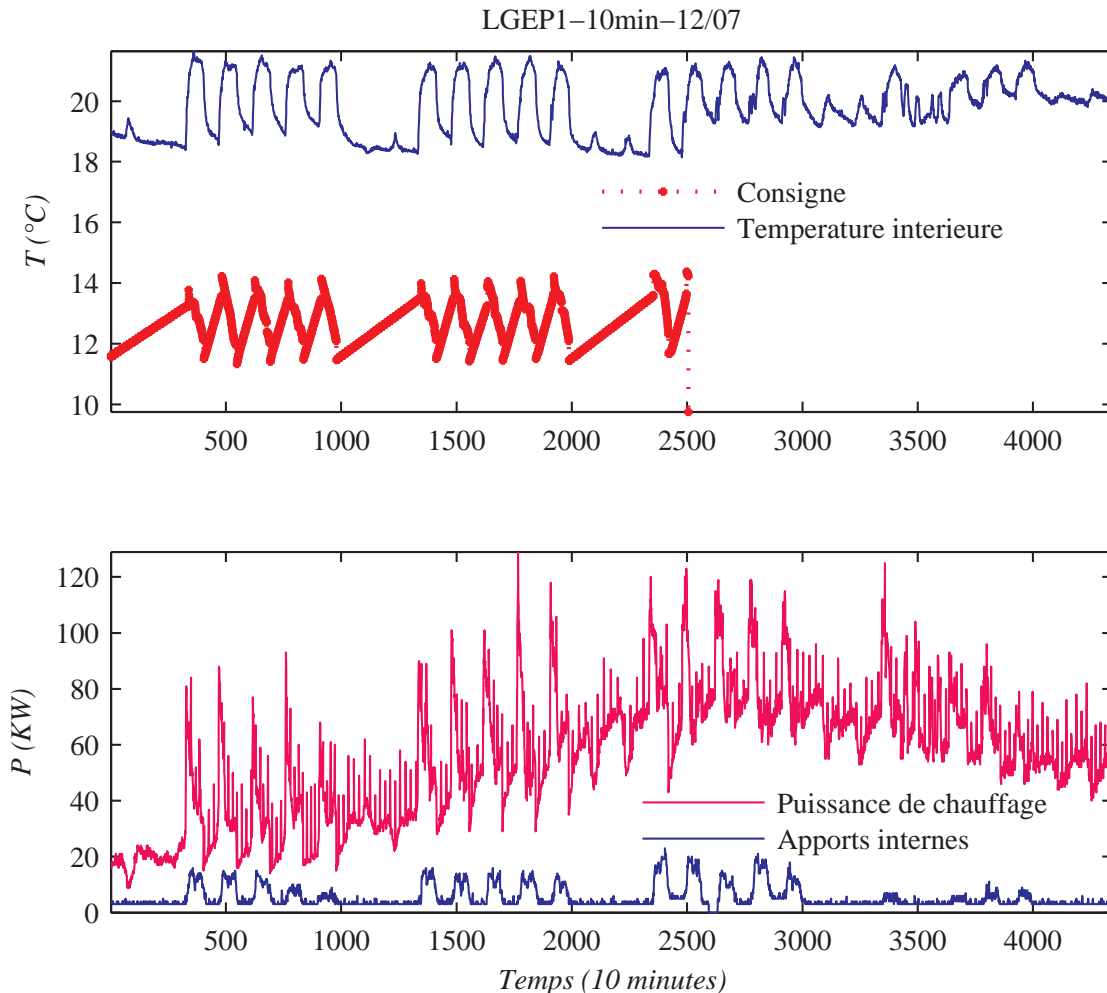


FIGURE 6.16: Données recueillies au bâtiment LGEP1

Le confort est défini avec une consigne de température intermittente c'est à dire en utilisant un programmeur qui permet d'abaisser la température intérieure en période d'inoccupation tout en maintenant la température de consigne désirée en période d'occupation.

6.5.2 Interprétation des résultats et limites

Pour le bâtiment LGEP1, nous avons exploité la connaissance *a priori* sur les paramètres du régulateur, ces informations étant disponibles à partir de la GTB.

Il n'y a pas d'amélioration significative des distributions *a posteriori* des paramètres par rapport aux distributions *a priori*, les histogrammes relatifs aux deux distributions, pour les sept paramètres sont présentés sur la figure 6.17.

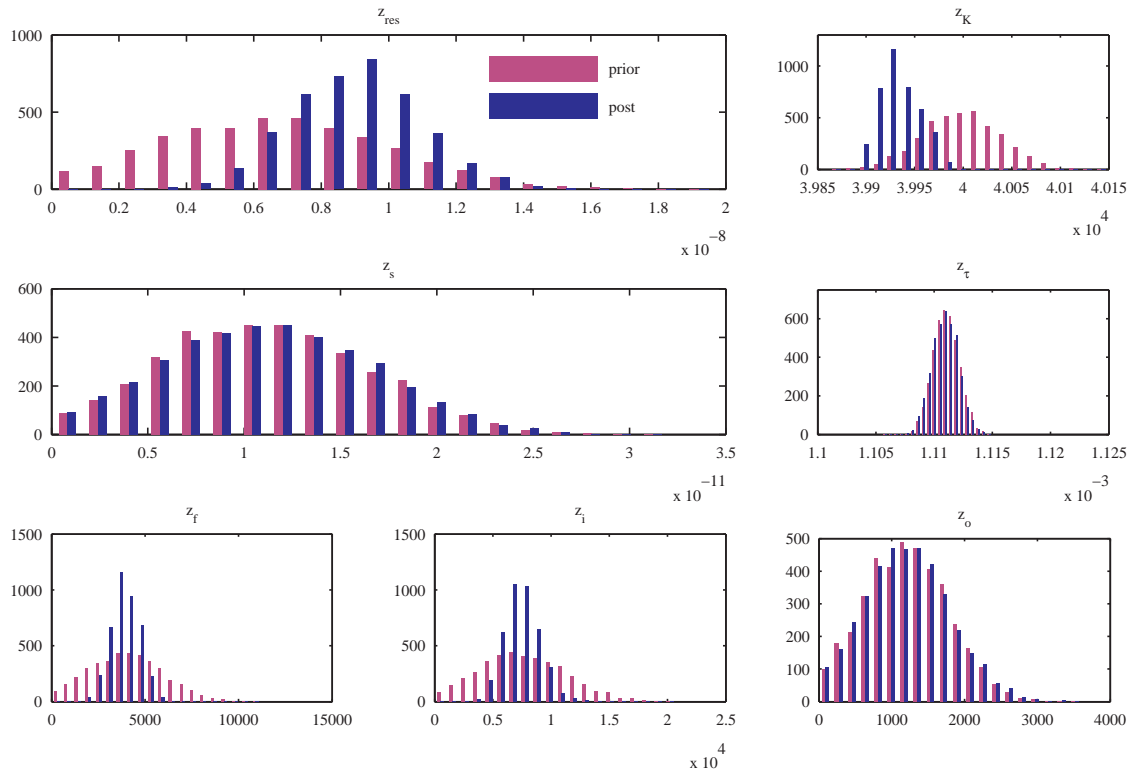


FIGURE 6.17: Histogrammes des distributions *a posteriori* des paramètres du modèle du bâtiment LGEP1

On pourrait donc, à ce stade mettre en question la richesse des sollicitations, mais la simulation de la température intérieure du bâtiment illustrée sur la figure 6.18 montre que, contrairement au cas des données LGEP1 :

- on ne retrouve pas la dynamique de cette composante de l'état (en particulier les descentes de température sont en réalité beaucoup plus lentes) ;
- le choix d'un réduit (valeur basse de la consigne) de 18°C n'est pas adapté à ce jeu de données (biais sur le deuxième graphe).

Outre la richesse des sollicitations, d'autres causes peuvent être à l'origine du manque de pertinence de ces résultats, nous citerons notamment :

- la limite de validité de l'approximation mono-zone pour le bâtiment LGEP1, ce qui remettrait en question le modèle R3C2 ;
- la non prise en compte de la limitation de puissance, qui se traduirait par une saturation au niveau du régulateur.

Pour confirmer l'existence de ces deux problèmes, nous avons enregistré la température intérieure pour un bureau dans le bâtiment. Les mesures de température recueillies par plusieurs sondes sont illustrées sur la figure 6.19.

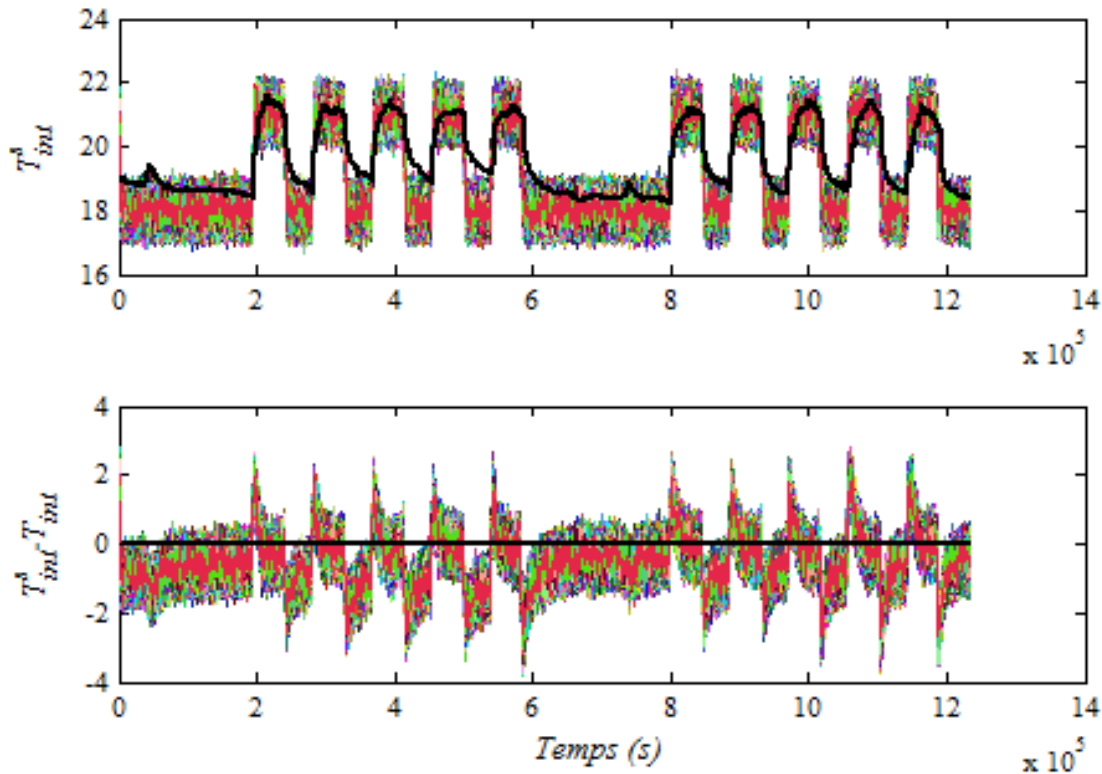


FIGURE 6.18: Simulations de la température intérieure T_{int}^s du bâtiment LGEP1, température moyenne T_{int} enregistrée (noir). L'écart entre chaque simulation et la moyenne est représenté sur le deuxième graphe.

Une semaine de mesure est représentée sur cette figure. Le confort (valeur maximale de la consigne) dans le bureau est de 22°C , nous constatons que :

- les montées de température pour les quatre premiers jours de la semaine sont plus rapides que la température moyenne du bâtiment, ceci est attribué au fait que les consignes ne sont pas synchrones dans tous les bureaux. Le bâtiment ne peut donc être considéré comme une zone thermique unique ;
- le profil particulier du cinquième jour présente une montée de température plus lente que les autres jours de la semaine, due à la présence de saturation.

Dans la suite de ce chapitre, nous nous intéressons à l'étude de la saturation, son effet sur le comportement du bâtiment dans le cas où celui-ci est modélisé par un « R3C2+PI » et la possibilité de l'intégrer dans l'algorithme de Gibbs.

6.6 Prise en compte de la saturation

La méthode proposée pour identifier le comportement thermique du bâtiment ne prend pas en compte les contraintes réelles sur la courbe de charge chauffage. En effet, la puissance de

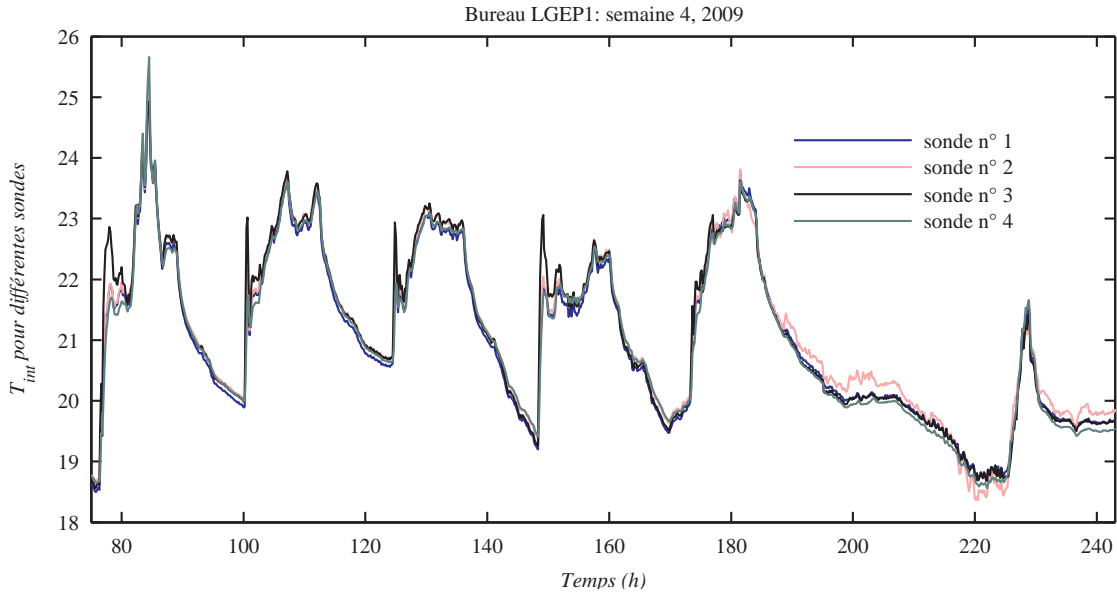


FIGURE 6.19: Température intérieure d'un bureau appartenant au bâtiment LGEP1, pour une période semblable (hiver)

chauffage est positive et majorée par une puissance P_{max} , afin de prendre cette contrainte en compte, deux approches peuvent être envisagées :

1. ne pas autoriser les saturations, ce qui consiste à obliger le système à être dans la partie linéaire.
2. autoriser les saturations, ce qui fait apparaître des régimes de fonctionnement non linéaires du système en boucle fermée.

Or l'enjeu de la thèse n'est pas le choix du régulateur mais plutôt l'exploitation *a posteriori* des données d'observations, le premier cas est donc à écarter et on se focalise dans la suite sur des courbes de charges avec des zones de saturation. Soit u la puissance de chauffage requise par le régulateur non saturé, la saturation consiste à remplacer u par 0 lorsqu'elle est négative et par P_{max} lorsqu'elle est supérieure à cette dernière, comme l'illustre la figure 6.20.

La commande saturée, effectivement injectée dans le système en boucle ouverte est :

$$sat(u(t)) = \begin{cases} P_{max} & \text{si } u(t) \geq P_{max} \\ u(t) & \text{si } 0 \leq u(t) \leq P_{max} \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

6.6.1 Impact de la saturation pour un PI et précautions

Dans le cas général, un changement brusque de la commande dû à la saturation -où le système passe d'un fonctionnement en boucle fermée au fonctionnement en boucle ouverte- détériore considérablement les performances du régulateur et peut induire une instabilité du système global. Pour la cas de régulateur Proportionnel Intégral, le système continue à cumuler l'erreur

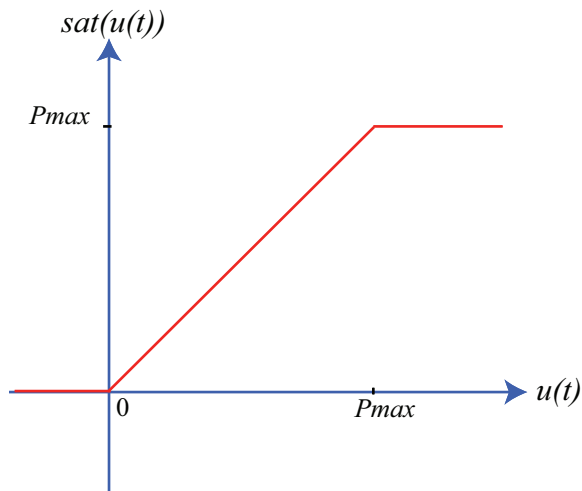


FIGURE 6.20: *Saturation de la commande chauffage*

$(E - T_{int})$ ce qui fait augmenter son intégrale en rampe. A la reprise de la phase linéaire de fonctionnement (régulateur non saturé), le terme intégral est prédominant dans la correction et risque d'entraîner de grandes variations de l'état du système.

6.6.1.1 Conséquences sur le comportement du bâtiment

Un test dans le cas du bâtiment, en prenant comme paramètres ceux qui ont servi à générer les données de synthèse de la première partie du chapitre, est présenté sur la figure 6.21.

Sur cette figure, on remarque en particulier l'augmentation considérable de l'amplitude de l'action intégrale lors des phases de saturation. Cette augmentation résulte en un dépassement de la consigne qui peut atteindre 5 degrés et durer jusqu'à plus de la moitié du créneau (soit quelques heures pour des cas réels).

Ces dépassements sont inacceptables parce qu'ils engendrent des situations d'inconfort d'une part et parce qu'ils risquent d'aboutir à une instabilité de la boucle fermée. En pratique (dans les systèmes réels), ce problème est traité par le ralentissement de la dynamique de l'action intégrale en phase de saturation, cette action est appelée anti windup et fera l'objet du paragraphe suivant.

6.6.1.2 Anti windup (« anti-emballement »)

Afin d'éviter l'emballement de la partie intégrale du régulateur, on rajoute à cette dernière un terme qui n'agit que pendant la phase de saturation. En mode normal, les équations permettant d'exprimer la puissance de chauffage en sortie du PI sont :

$$\begin{cases} \dot{z} = E - T_{int} = e \\ Q_{ch} = K \left(e + \frac{1}{\tau_i} z \right) \end{cases}$$

Les modifications apportées au régulateur sont illustrées sur la figure 6.22 et résumées par le système d'équations 6.2.

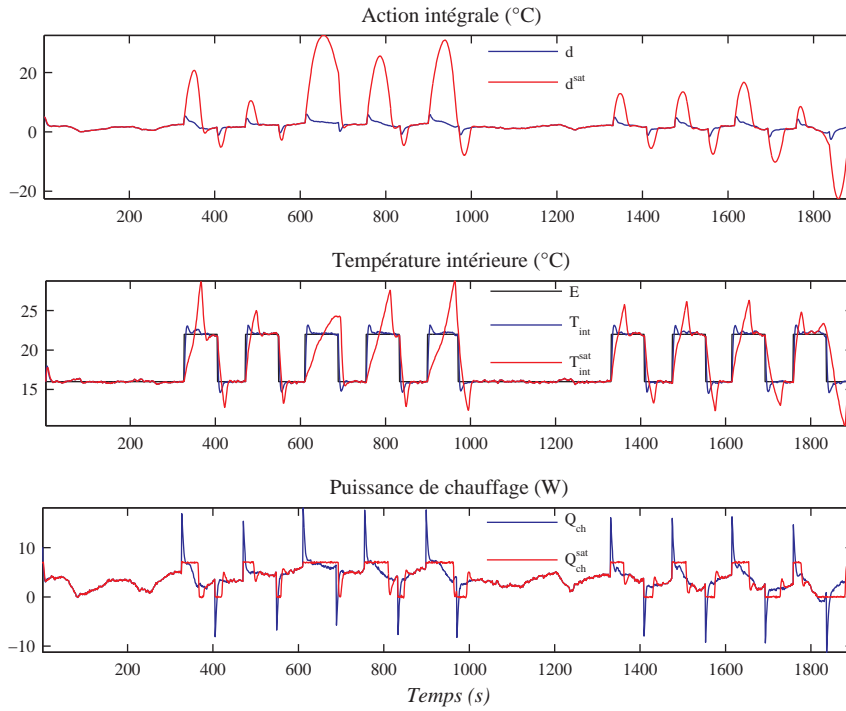


FIGURE 6.21: Effet de la saturation sur le comportement du système en boucle fermée

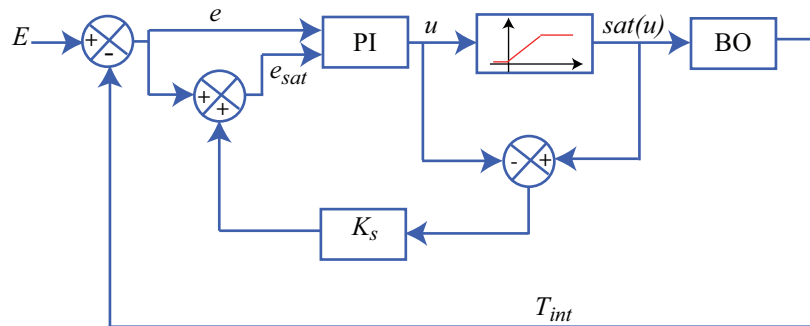


FIGURE 6.22: Schéma bloc de la boucle fermée avec anti windup

$$\begin{cases} Q_{ch}^{sat} = sat(Q_{ch}) \\ \dot{z} = e + K_s (Q_{ch}^{sat} - Q_{ch}) = e + e_{sat} \\ Q_{ch} = K \left(e + \frac{1}{\tau_i} z \right) \end{cases} \quad (6.2)$$

Le principe de l'action anti windup est que e_{sat} atténue les variations de l'action intégrale en régime saturé à travers son signe :

- nul en régime linéaire : le fonctionnement du régulateur PI n'est pas affecté,
- négatif quand $Q_{ch} > P_{max}$: comme la puissance fournie Q_{ch}^{sat} est insuffisante pour réduire l'écart positif entre E et T_{int} , $e = E - T_{int}$ reste positif plus longtemps, ce qui fait augmenter son intégrale z considérablement. e_{sat} , de signe négatif, permet de ralentir cette augmenta-

tion,

- positif lorsque $Q_{ch} < 0$: e est de signe négatif et le terme intégral diminue fortement. e_{sat} , de signe opposé à celui de e , permet de modérer la baisse de z .

Le poids attribué à l'action e_{sat} est pondéré par le gain de saturation K_s , qui représente un paramètre d'ajustement par rapport à l'atténuation souhaitée de l'action intégrale. On notera que le cas trivial où K_s est nul correspond à un système saturé sans action anti windup.

La figure 6.23 montre plusieurs profils de températures et de courbes de charge en fonction de la valeur de K_s .

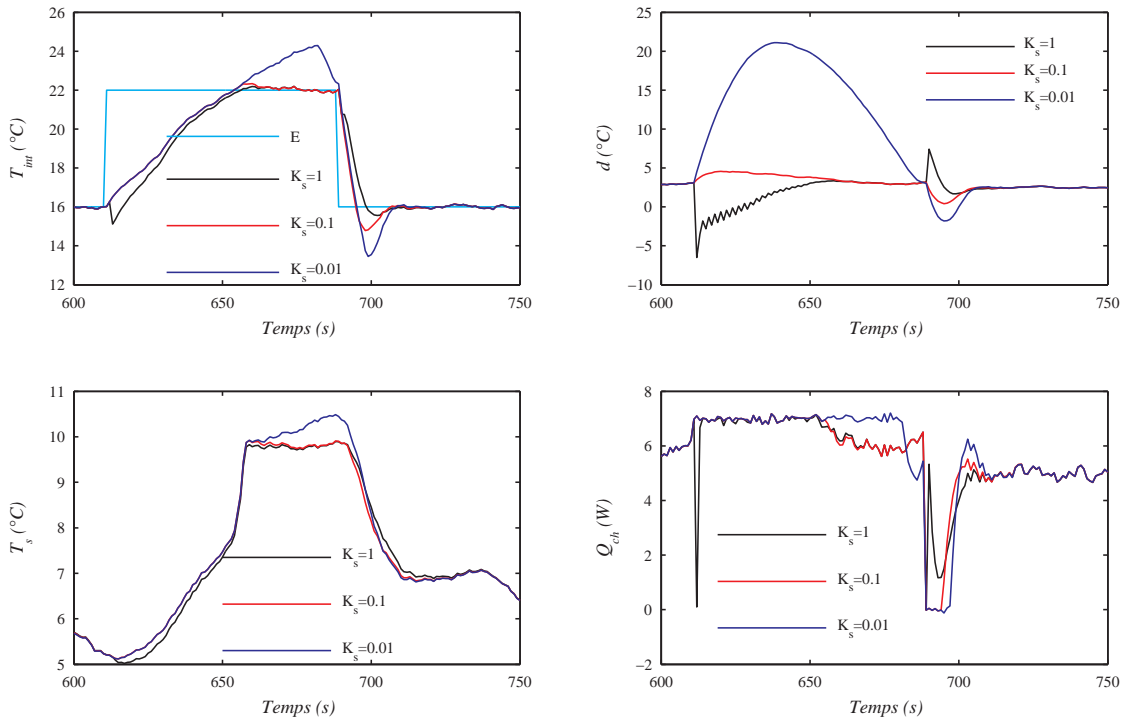


FIGURE 6.23: Températures et puissance de chauffage en fonction du gain K_s

Il en ressort qu'un gain de saturation trop faible (0.01 par exemple) ne permet pas d'atténuer suffisamment les dépassements de températures, et notamment celui de l'action intégrale, ce qui fait durer la saturation plus longtemps. En revanche, un gain très élevé (1 par exemple) inverse la dynamique de l'action intégrale (e_{sat} prépondérant par rapport à e) ce qui entraîne une chute de la température intérieure et de la puissance de chauffage. Dans cette dernière configuration, le système ne peut être considéré comme régulé par un PI avec saturation puisque la contribution de ce dernier est complètement dominée par l'action anti windup.

6.6.1.3 Ralentissement du régime transitoire du bâtiment

Si le problème des dépassements engendrés par la saturation est résolu par la mise en oeuvre d'une action anti windup, le ralentissement du régime transitoire du bâtiment reste une conséquence irrémédiable de la saturation. La figure 6.24 illustre l'écart entre les temps de réponse du bâtiment avec ou sans saturation de la puissance de chauffage.

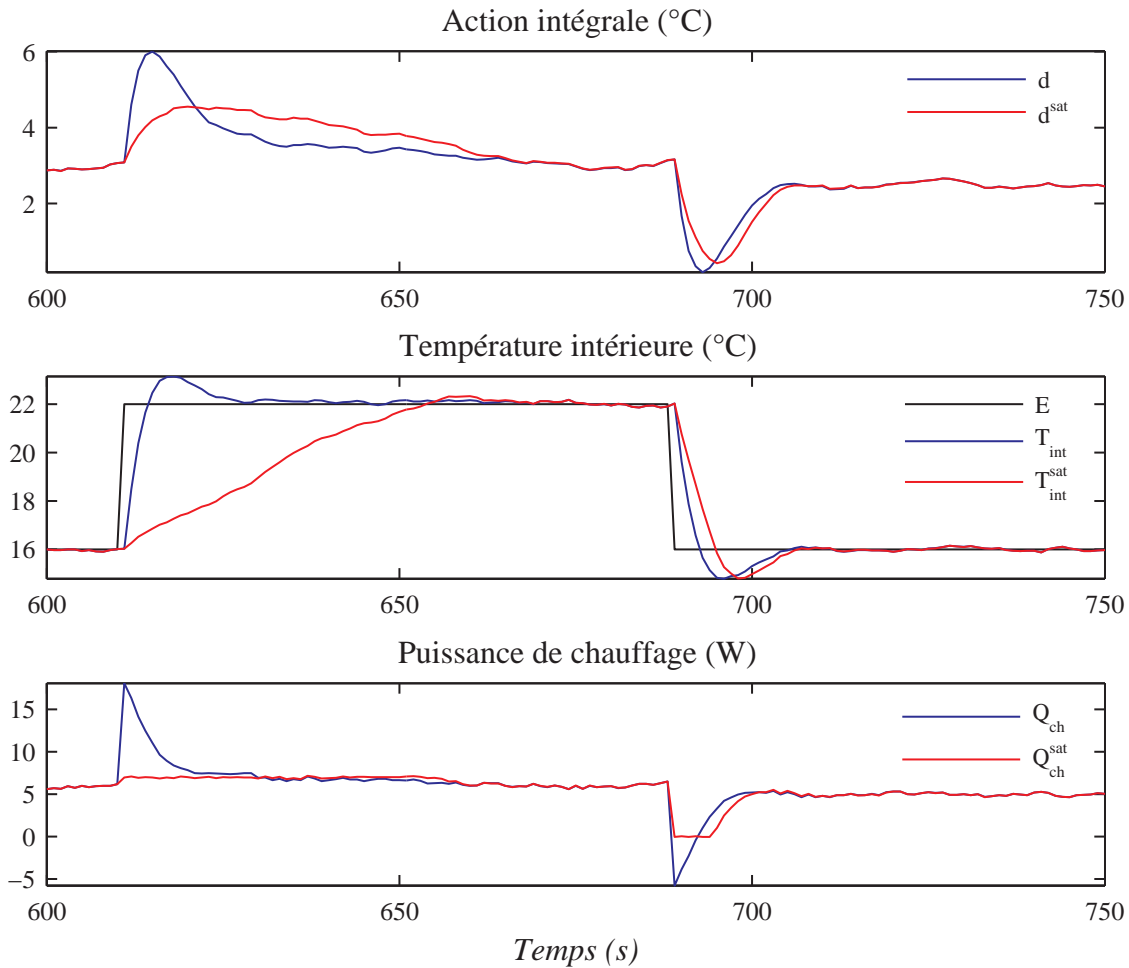


FIGURE 6.24: Régime transitoire avec/sans saturation

Cette différence des temps de montée de la température intérieure s'explique par le fait qu'en régime de saturation, le bâtiment agit en boucle ouverte. Il est soumis à une puissance de chauffage constante égale soit à P_{max} , si la consigne passe du réduit au confort, soit à 0 dans le cas inverse.

6.6.2 Prise en compte d'une courbe de charge saturée dans l'algorithme de Gibbs

6.6.2.1 Courbe de charge considérée comme sollicitation du bâtiment

Une conséquence importante du ralentissement de la phase transitoire est que la modélisation du bâtiment dans l'algorithme de Gibbs sous forme de système agissant en boucle fermée, en remontant directement à la consigne dans les équations de dynamique, n'est valide qu'en régime non saturé. Une modélisation correcte du bâtiment consiste donc à adopter un mode de fonctionnement qui bascule entre la boucle ouverte, pour $Q_{ch} < 0$ et $Q_{ch} > P_{max}$ où :

- l'équation de la dynamique décrit le sous système bâtiment, d'ordre deux (variables d'état T_{int} et T_s), soumis à trois sollicitations : T_{ext} , Q_s et une entrée puissance : $Q_{res} = AI + Q_{ch}$,
- l'équation d'observation décrit le sous système régulateur avec saturation, soit la dynamique de la courbe de charge : Q_{ch} vue comme une fonction de la quantité $(E - T_{int})$.

$$\left\{ \begin{array}{l} \begin{pmatrix} \dot{T}_{int} \\ \dot{T}_s \\ \dot{d} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -z_{res}(z_f + z_i) & z_{res}z_i & 0 \\ z_s z_i & -z_s(z_o + z_i) & 0 \\ -z_\tau & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} T_{int} \\ T_s \\ d \end{pmatrix} + \\ + \begin{pmatrix} z_{res}z_f & z_{res} & 0 & 0 \\ z_s z_o & 0 & z_s & 0 \\ 0 & 0 & 0 & z_\tau \end{pmatrix} \begin{pmatrix} T_{ext} \\ AI + Q_{ch} \\ Q_s \\ E \end{pmatrix} \\ Q_{ch} = \mathcal{S} [z_K [(-1 \ 0 \ 1)X + (0 \ 0 \ 0 \ 1)U]] \end{array} \right.$$

et la boucle fermée qui décrit la phase linéaire, sans saturation et prend en compte le système global : bâtiment et régulateur, avec la consigne comme entrée supplémentaire et la courbe de charge comme observation (et non une sollicitation).

Le système mis sous cette forme a une matrice d'évolution dégénérée, ce qui pose des problèmes d'instabilité. Pour s'affranchir de cette difficulté, deux possibilités peuvent être envisagées :

1. ne pas prendre en compte l'action intégrale, la régulation est assurée par une action proportionnelle uniquement, on remarquera dans ce cas que la température de consigne n'intervient qu'au niveau de l'équation d'observation,
2. amortir l'action intégrale (rajouter un paramètre pour la partie autonome de la dynamique de), ce qui peut avoir des conséquences considérables sur la dynamique du système global et des justifications quant au choix de ce paramètre.

Synthèse

Dans ce chapitre, nous avons appliqué l'approche de simulation bayésienne pour identifier le comportement thermique de bâtiment, modélisé par un système en boucle fermé « R3C2+PI », à plusieurs cas test.

L'étude des résultats correspondant au jeu de données de synthèse nous a permis de mettre en évidence les performances de la méthode. Les chaînes simulées pour chaque paramètre du modèle ont également servi à étudier la convergence de l'algorithme, et ce par l'application de quelques critères graphiques.

Ensuite, nous avons appliqué l'algorithme d'inversion à des données obtenues par modélisation fine d'un bâtiment constitué de cinq zones thermiques (pièces). L'analyse des simulations obtenues a permis de déceler les causes de la mauvaise précision sur les paramètres obtenue au chapitre 4, à savoir la dégénérescence du système due notamment à l'insuffisante variabilité de la température de consigne et la clémence de la météo.

Par ailleurs, l'analyse des profils de température intérieure associés aux données réelles du bâtiment de bureaux LGEP1 a montré les limites des approximations faites sur le modèle à savoir la non prise en compte de la saturation et du caractère multi-zone du bâtiment. Nous avons à cet effet étudié l'impact de la saturation sur le comportement thermique de bâtiment,

dans le cas où ce dernier est modélisé par un circuit électrique équivalent régulé en température par un PI.

Conclusion Générale

Le secteur du bâtiment est le plus gros consommateur d'énergie en France avec des besoins qui représentent 43% de l'énergie finale annuelle et qui correspondent à 25% des émissions de CO_2 au niveau national. Dans un contexte de préoccupation permanente d'économie d'énergie et de conscience environnementale accrue, l'intérêt que présente le développement de stratégies visant à minimiser la consommation d'énergie d'un bâtiment n'est plus à démontrer.

Que ces stratégies consistent à recommander l'amélioration de la structure du bâtiment, à suggérer la modification des scénarios de gestion des systèmes de chauffage/climatisation ou à préconiser certains comportements de l'usager, une démarche préalable de caractérisation du comportement thermique de bâtiment s'avère inévitable.

La démarche consistant à identifier les paramètres d'un modèle de comportement thermique de bâtiment, à partir de mesures recueillies sur site, n'est pas nouvelle et a été abordée :

- soit sous l'angle du diagnostic de bâtiment : planification d'expériences le plus souvent en régime libre, ou en régime régulé avec des hypothèses simplificatrices (régulateur de dynamique très rapide par rapport au pas de mesure par exemple) ;
- soit sous l'angle de l'élaboration de lois de commande pour le système de chauffage (ou de climatisation) : tout ou partie des paramètres du modèle du bâtiment est fixée (identifiés au préalable, connaissance thermique,...).

Le défi que nous nous sommes fixé pour ce travail est d'opter pour une démarche non-intrusive pour l'usager, menée en mode d'occupation normale, c'est-à-dire en mode de régulation et qui vise à identifier les modèles du bâtiment et du régulateur. Ce choix écarte la possibilité de planifier une expérimentation du bâtiment et résulte naturellement en un ensemble de mesures restreint incluant :

- la température extérieure et le flux solaire global enregistrés à la station Météo France la plus proche du bâtiment ;
- la courbe de charge chauffage globale, relevée à partir d'un système de GTB (Gestion Technique du Bâtiment) ou un compteur intelligent et décomposée en deux parties : consommation de chauffage et apports internes ;
- la température de consigne récupérée par GTB ou reconstruite par connaissance sectorielle.

Ces données constituent l'ensemble des entrées/sortie d'un système global « bâtiment + régulateur » composé :

1. d'un modèle R3C2 d'ordre 2 pour le bâtiment, proposé par EDF et obtenu par analogie électrique/thermique. Ce modèle est de dynamique linéaire et il est non linéaire en les 5 paramètres qui le définissent (3 résistances et 2 capacités) ;
2. d'un modèle Proportionnel Intégral pour le régulateur.

Conscients de la difficulté qu'un cadre aussi contraint peut engendrer pour la démarche d'identification, notamment en l'absence de mesure de la température intérieure du bâtiment, nous avons présenté les outils qui permettent d'apporter des éléments de réponse sur l'existence d'une solution du problème et sur la qualité des estimations des paramètres identifiés.

Parmi ces outils, l'étude de l'identifiabilité nous a permis de vérifier que, pour le modèle global choisi, l'unicité de la solution du problème d'identification est garantie d'un point de vue théorique. Néanmoins, la précision que l'on peut espérer sur cette solution est fortement dépendante de la « richesse » des sollicitations utilisées. Contrairement à l'identifiabilité, l'aspect informationnel est plus qualitatif et les indicateurs que l'on peut utiliser, comme la matrice d'information, nécessitent généralement des calculs complexes qui peuvent devenir rapidement impraticables comme c'est le cas pour le système global que nous considérons.

C'est à ce titre que nous avons mené, dans une étape préliminaire à l'identification, une étude de sensibilité globale et locale de la sortie du système (courbe de charge de chauffage) par rapport à la variation des paramètres du modèle global afin de déterminer les directions ou combinaisons des paramètres qui impactent le plus la sortie. Nous avons ensuite adopté une démarche d'identification qui s'inscrit dans le cadre de l'estimation en boucle fermée, avec comme inconnues le régulateur et le système en boucle ouverte et comme seule mesure (ou sortie) la commande (grandeur qui assure la régulation).

Cette problématique d'identification par la commande pour un système en boucle fermée à régulateur inconnu n'a, à notre connaissance, pas fait l'objet d'études antérieures.

Conformément à ce qui a été pronostiqué par l'étude de sensibilité, l'estimation des sept paramètres du modèle global à partir des données CLIM2000 (logiciel de simulation fine du bâtiment) n'est pas précise, même si le modèle identifié permet de prédire la consommation de chauffage de manière assez correcte. Dans l'objectif d'aller plus loin dans l'interprétation de tels résultats et la prise en compte de connaissance *a priori* sur les paramètres, nous avons proposé une deuxième approche qui consiste à solutionner le problème de l'identification sous l'angle de la simulation stochastique, et ce dans un cadre bayésien.

Outre le fait qu'elle fournisse les distributions *a posteriori* des sept paramètres du modèle global, la méthode que nous avons développée permet d'obtenir des simulations stochastiques des composantes du vecteur d'état (températures intérieure et de structure notamment). Le principe de cette approche consiste à utiliser les méthodes de MCMC et plus particulièrement l'échantillonneur de Gibbs, pour générer les simulations des inconnues. L'échantillonneur de Gibbs exploite la propriété multilinéaire du système global par rapport aux trois groupes d'inconnues : l'état, les paramètres « gains » (résistances et gain du régulateur) et les paramètres « constantes de temps » (capacités et temps d'intégration du régulateur). Les lois conditionnelles associées à chacun des groupes de paramètres sont d'expression explicite compte tenu du cadre gaussien que nous avons adopté.

Pour simuler les séries temporelles (l'état du système), nous avons développé une méthode qui exploite la théorie de lissage Kalman. En effet, le lisseur de Kalman est classiquement utilisé pour calculer des espérances conditionnelles, notre apport consiste donc à adapter ce formalisme au contexte de la simulation stochastique. La démarche que nous avons proposée consiste à expliciter les lois conditionnelles et à proposer un algorithme qui permet de générer des simulations de la série temporelle entière à partir de ces lois.

L'application de l'algorithme de simulation à l'identification du modèle global de comporte-

ment thermique de bâtiment est d'un apport considérable. A titre d'exemple, les simulations de la température de structure pour les données CLIM2000 ont permis de déceler les causes de l'indétermination, à savoir la dégénérescence du système due notamment à l'insuffisante variabilité de la température de consigne et la clémence de la météo. De même, nous avons pu étudier le gain sur la précision apporté par la prise en compte d'informations supplémentaires sur les paramètres.

Par ailleurs, l'analyse des profils de température intérieure associés aux données réelles du bâtiment de bureaux LGEP1 a montré les limites des approximations faites sur le modèle à savoir la non prise en compte de la saturation et du caractère multi-zone du bâtiment.

Pour pallier ces problèmes, nous proposons en guise de perspective à ce travail, la méthode de simulation hamiltonienne qui permet d'intégrer ces contraintes, moyennant une linéarisation de la saturation (par une fonction sigmoïde par exemple).

Approche hamiltonienne

La simulation hamiltonienne (voir à titre d'exemple Chen [11], Hanson [28] ou Neal [52]) est une méthode de Monte Carlo hybride. L'idée de base de cette méthode est l'interprétation de la loi *a posteriori* émanant de l'approche bayésienne comme l'exponentielle d'une énergie potentielle d'un système physique. Cette énergie potentielle est augmentée d'une énergie cinétique, l'ensemble formant ainsi un hamiltonien qui se conserve lors de l'évolution du système.

La nouvelle problématique consiste à simuler le hamiltonien, qui reste constant dans le cas continu, et de choisir une méthode de discrétisation qui conserve les volumes pour que cette propriété du hamiltonien soit conservée.

Principe

L'idée principale de cette méthode consiste à augmenter le vecteur x des paramètres, interprété comme une « position », d'un vecteur y de même dimension vu comme une vitesse ou impulsion. La loi *a posteriori* à simuler est alors assimilée à une énergie potentielle $U(x)$, elle est étendue en hamiltonien par rajout d'une énergie cinétique relative aux impulsions :

$$H(x, y) = U(x) + \frac{1}{2}|y|^2$$

La chaîne de Markov (x_t, y_t) est générée selon la probabilité stationnaire :

$$\pi(x, y) \propto \exp(-H(x, y))$$

Pour simuler cette loi, deux types de mouvements sont combinés :

Mouvements dynamiques

Presque déterministes destinés à explorer les surfaces à H « constant » en respectant les équations du hamiltonien :

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = \frac{\partial H}{\partial y} = y \\ \frac{dy}{dt} = -\frac{\partial H}{\partial x} = -\nabla U(x) \end{cases}$$

Les simulations étant numériques, le choix d'un schéma de discrétisation adapté est très important. Parmi les critères à respecter deux propriétés essentielles pour que l'état candidat respecte l'équation détaillée :

► la réversibilité temporelle : si la dynamique relie (x_1, y_1) à (x_2, y_2) alors elle relie $(x_2, -y_2)$ aussi à $(x_1, -y_1)$

► la conservation des volumes dans l'espace des phases.

Ceci se conserve lorsqu'on discrétise par un schéma saute mouton (voir Hairer et al [27] pour les schémas conservatifs) qui, appliqué au système hamiltonien précédent donne :

$$\begin{cases} y_i(t + \frac{\tau}{2}) = y_i(t) - \frac{\tau}{2} \frac{\partial H}{\partial x} |_{x(t)} \\ x_i(t + \tau) = x_i(t) + \tau y_i(t + \frac{\tau}{2}) \\ y_i(t + \tau) = y_i(t + \frac{\tau}{2}) - \frac{\tau}{2} \frac{\partial H}{\partial x} |_{x(t+\tau)} \end{cases}$$

où τ est le pas de discrétisation temporelle.

Le fait que le hamiltonien soit constant à ce stade est toujours vérifié dans le cas continu mais dans le cadre numérique, un test supplémentaire permettant d'affecter une probabilité d'acceptation au vecteur état candidat est intégré de la manière suivante :

$$(x_{t+1}, y_{t+1}) = \begin{cases} (\tilde{x}_{t+1}, \tilde{y}_{t+1}) & \text{si } u \in \mathcal{U}([0, 1]) < \exp(-\Delta H); \Delta H = H(\tilde{x}_{t+1}, \tilde{y}_{t+1}) - H(x_t, y_t) \\ (x_{t+1}, y_{t+1}) & \text{sinon} \end{cases}$$

Mouvements stochastiques

Ces mouvements concernent essentiellement la transition entre deux trajectoires hamiltoniennes par génération du vecteur impulsion y . Ce choix peut être complètement aléatoire, en choisissant un pas aléatoire sur une ou plusieurs composante de y (voir [39] à titre d'exemple). mais pour augmenter le taux de convergence de la méthode plusieurs variantes sont envisageables.

Exemple de simulations hamiltoniennes

Les performances de l'algorithme de simulations hamiltoniennes dépend de plusieurs facteurs dont le choix de la méthode numérique qui permet de discrétiser le hamiltonien du système. On se propose dans cette partie de comparer les résultats de simulation obtenus à l'aide de trois schémas numériques : schémas d'Euler d'ordres 1 et 4 et schéma de Verlet (ou Leap frog).

On a choisi de faire le test pour un hamiltonien infiniment différentiable :

$$H((x, y), (u, v)) = x^4 + y^4 + \frac{1}{2}(u^2 + v^2)$$

(x, y) étant le vecteur position et (u, v) le vecteur vitesse ou impulsion. L'énergie potentielle du système est : $U(x, y) = x^4 + y^4$, son énergie cinétique est : $E_c(u, v) = \frac{1}{2}(u^2 + v^2)$.

Sur la figure 6.26 nous présentons un exemple de trajectoires hamiltoniennes pour les différentes méthodes de discrétisation étudiées précédemment.

Application à l'identification de bâtiment

Il s'agit de modéliser un réseau électrique équivalent du bâtiment (R3C2 par exemple) sous forme de réseau ou les arêtes comportent soit une conductance soit une capacité.

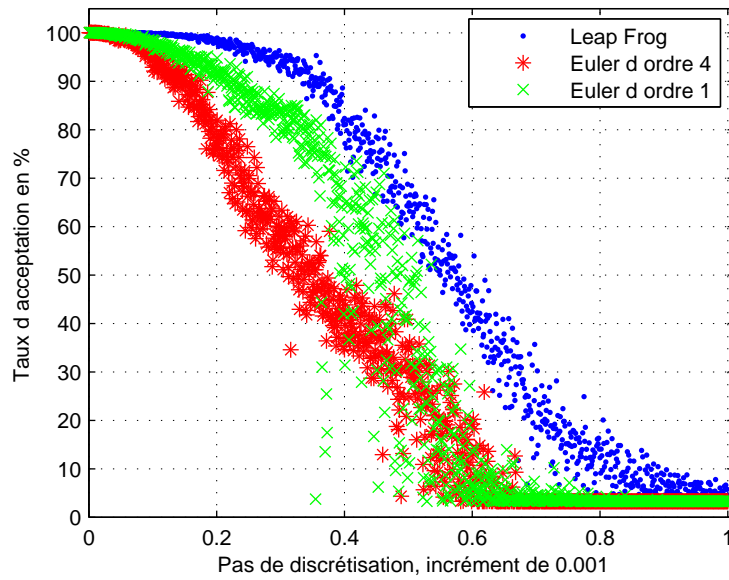


FIGURE 6.25: Comparaison du taux d'acceptation en fonction du pas de discrétisation

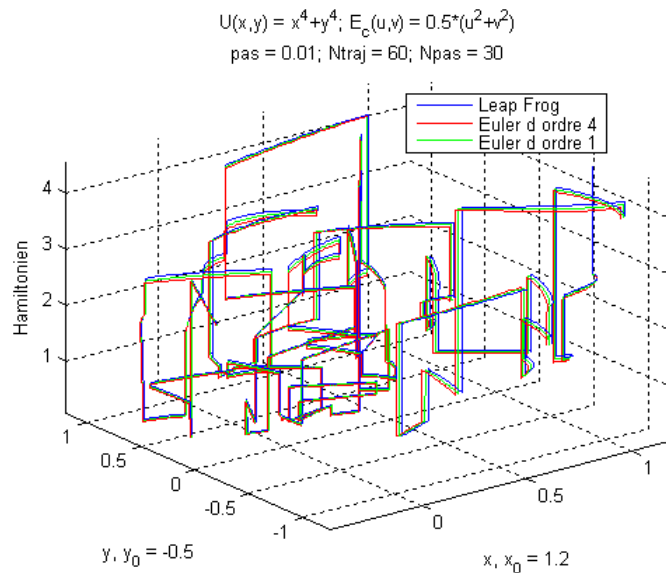


FIGURE 6.26: Exemple de trajectoires hamiltoniennes

Les inconnues du problème sont les impédances (résistances et capacités) ainsi que les séries temporelles de température en quelques nœuds. Les équations de bilans des flux permettent d'obtenir la partie énergie potentielle du hamiltonien.

Annexe A

Identification d'un modèle de signature énergétique de bâtiment

A.1 Description du bâtiment LGEP1

LGEP1 (voir la note de Covalet et Pilla [12]) est un immeuble de bureaux rénovés en 1993 sur le site d'EDF Les Renardières (77). La surface totale du bâtiment est de 1 289,3 m².

Ce bâtiment construit sur un sous sol non chauffé et comprend deux niveaux :

- un rez-de-chaussée d'une surface de 658,6 m² ;
- un étage d'une surface de 630,7 m².

Les surfaces sont dédiées aux types de locaux suivants :

- bureaux sur 614,3 m² ;
- local informatique sur 18,0 m² ;
- salles de réunion sur 155,1 m² ;
- salle de commande sur 146,1 m² ;
- circulations, sanitaires sur 355,8 m².

La salle de commande est traitée indépendamment des autres locaux, la surface prise en compte pour les ratios de consommations sera donc égale à 1 143 m².

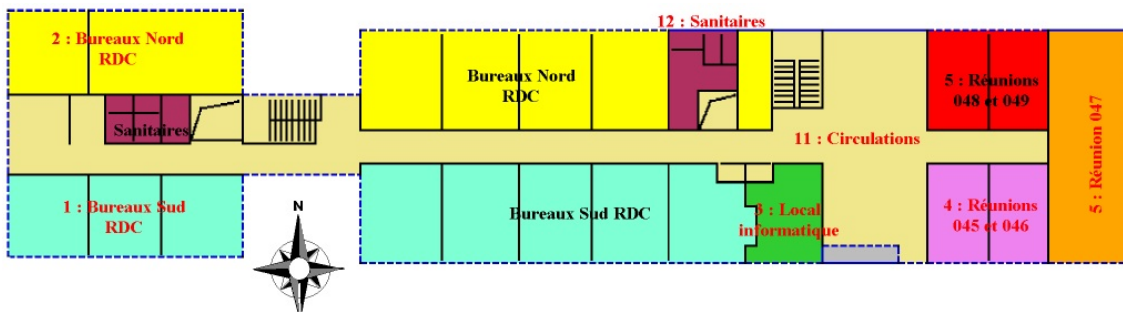


FIGURE A.1: Rez-de-chaussée

Plan rez-de-chaussée Surface utile du niveau : 658,6 m², hauteur entre planchers : 3,18 m.

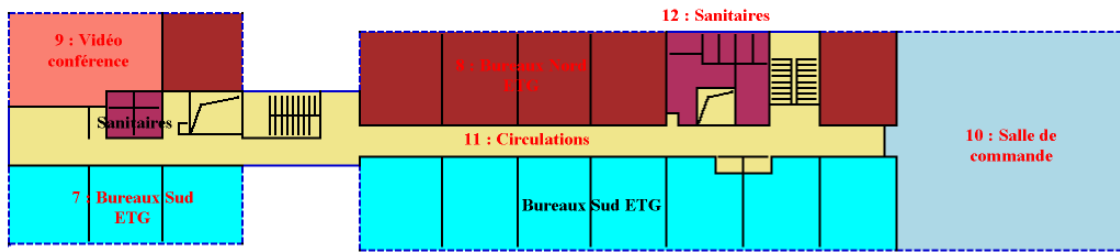


FIGURE A.2: Étage

Plan étage Surface utile du niveau : 630,7 m², hauteur entre planchers : 3,16 m.

Le système de chauffage fonctionne par intermittence du lundi au vendredi, la température de confort (consigne haute) est autour de 21°C et le réduit (consigne basse) est de l'ordre de 18°C. Les enregistrements sont faits au pas de 10 minutes à partir du mois de décembre 2007 et comportent :

1. les températures intérieures de tous les locaux,
2. la consommation électrique totale du bâtiment,
3. les températures de consignes appliquées dans chacun des bureaux.

A.2 Analyse des données d'entrée

On se propose d'étudier les données d'entrée qui proviennent d'enregistrements météo (température extérieure et flux solaire) effectués au niveau d'une cellule test située sur le même site que le bâtiment étudié. Les apports internes ont été enregistrés au niveau du bâtiment. Les données sont échantillonnées au pas de 10 minutes et serviront à l'identification du modèle de la signature énergétique.

Les températures de consigne et intérieure ainsi que les apports internes et courbe de charge chauffage, pour une durée de quatre semaines (au mois de décembre 2007), sont présentés dans les figures A.3 et A.5. Ces données brutes sont entachées de plusieurs imperfections notamment :

1. l'enregistrement de la température de consigne est incomplet et est inutilisable parce qu'il ne traduit pas la réalité du fonctionnement du Bâtiment (les valeurs de consignes ne sont pas réalistes parce qu'elles sont en décalage par rapport au confort souhaité, elles sont révélatrices d'un dysfonctionnement de la chaîne d'acquisition des mesures à ce niveau). La consigne a été reconstruite à partir de la température intérieure et de la connaissance *a priori* du bâtiment. En effet, l'analyse de la température intérieure permet de détecter les instants de changement de consigne (montées et descentes), les valeurs des seuils haut et bas sont les résultats de la connaissance des scénarios d'intermittence (température de réduit ou seuil bas la nuit et les week-ends, température de confort dans la journée, cinq jours par semaine) dans le secteur tertiaire bureaux. La figure A.4 illustre la construction de la consigne sur une durée d'observation de deux jours.

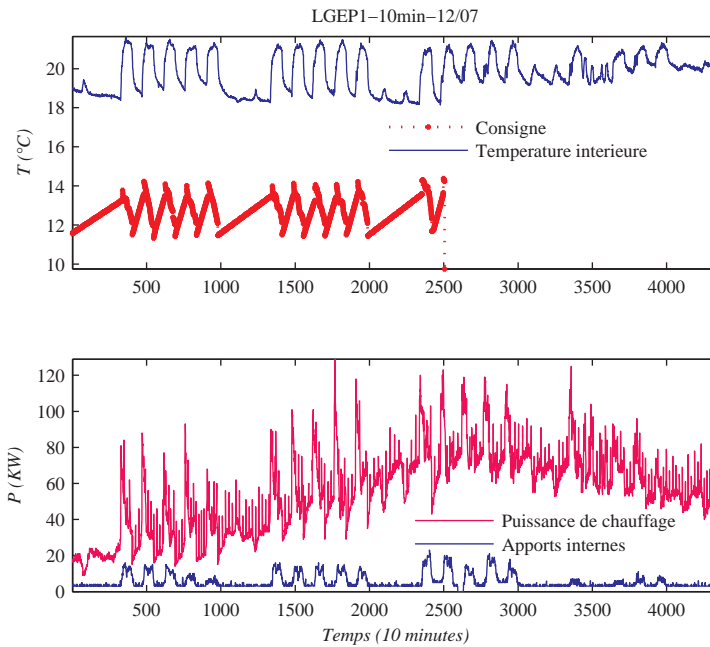


FIGURE A.3: *Données brutes collectées à partir du bâtiment de bureaux LGEP1*

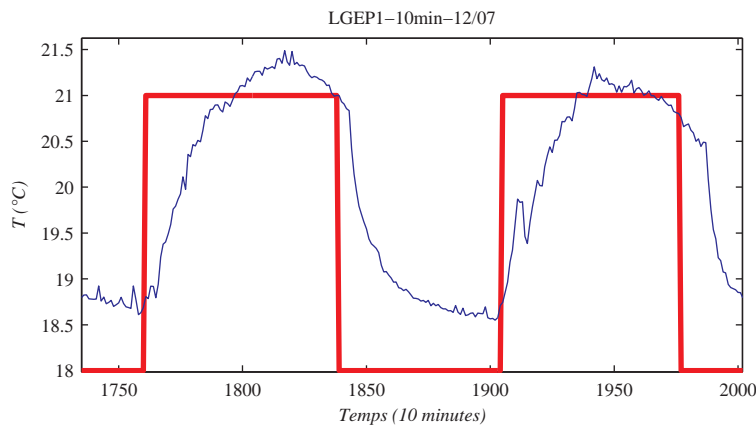


FIGURE A.4: *Reconstruction de la température de consigne (rouge) à partir de la température intérieure (bleu) sur une durée de 2 jours*

- la présence d'une composante parasite sur la courbe, il s'agit de la consommation d'un groupe froid qui permet de maintenir la boucle d'eau en température. Deux types de filtrage ont été proposés pour soustraire cette composante de la courbe de charge chauffage. La première consiste à détecter les pics supérieurs à une valeur seuil et de les soustraire en prenant comme nouvelle valeur de la mesure la moyenne des valeurs précédente et suivante. La deuxième est basée sur un filtrage morphologique (fermeture morphologique à trois points). Les résultats des deux filtrages sont montrés sur les figures A.6 et A.7.

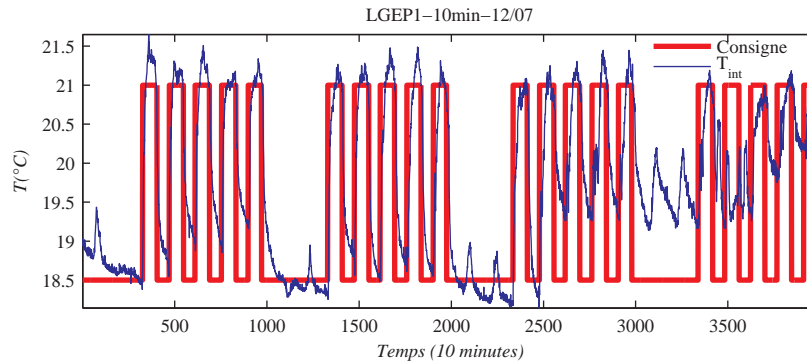


FIGURE A.5: *Reconstruction de la consigne pour tout le mois*

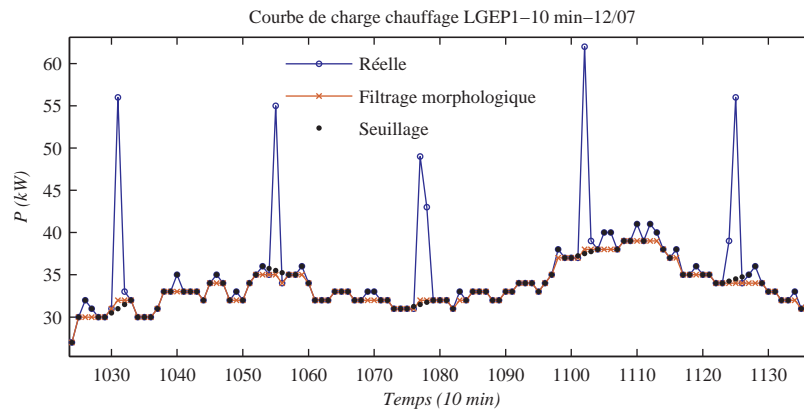


FIGURE A.6: *Filtrage de la courbe de charge chauffage pour une durée de 16 heures*

A.3 Identification et résultats

Pour illustrer la procédure d'identification, on prend l'exemple d'un modèle, appelé de signature énergétique pour identifier le comportement thermique d'un bâtiment de bureaux. Le système en boucle ouverte est un MISO à trois entrées :

- température extérieure ;
- flux solaire : c'est la composante directe du flux enregistré par la station Météo France la plus proche de la maison ;
- « flux de chauffage » : cette partie regroupe les apports calorifiques électriques intervenant dans la maison

La sortie du modèle est la température à l'intérieur du bâtiment. Il faut signaler à ce stade que l'on fait l'approximation que les températures dans les différents bureaux (plus de 40 voir annexe pour la description du bâtiment) sont assez homogènes. Cette hypothèse permet de prendre en compte une seule température représentative du bâtiment obtenue comme moyenne pondérée par les volumes des différentes pièces. Le modèle de la signature énergétique est décrit par l'équation différentielle :

$$T_{int}(t) + \tau \frac{dT_{int}(t)}{dt} = T_{ext}(t) + \frac{1}{GV} (Q(t) + a_Q \tau \frac{dQ(t)}{dt}) + \frac{S\phi_{sh}(t)}{GV}$$

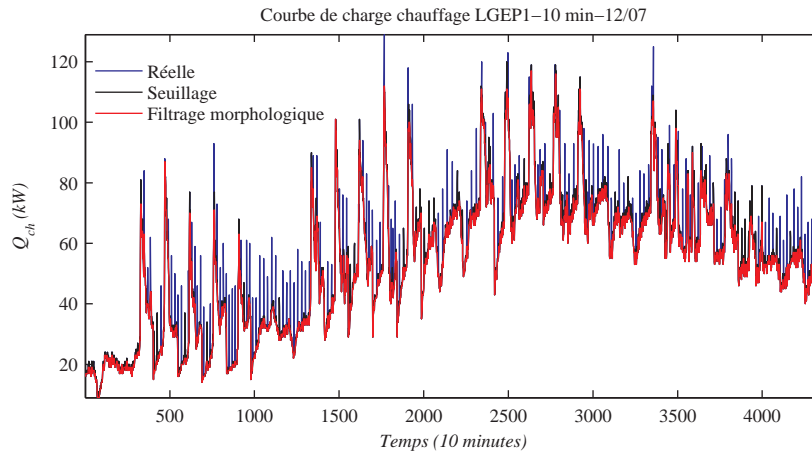


FIGURE A.7: Courbe de charge brute (bleu) et filtrée (rouge)

La fonction de transfert associée de ce modèle du premier ordre à trois entrées et une sortie est :

$$T_{int}(s) = \frac{1}{1 + \tau s} T_{ext}(s) + \frac{1 + a_Q \tau s}{GV(1 + \tau s)} Q(s) + \frac{S}{GV(1 + \tau s)} \varphi_{sh}(s)$$

où s est la variable de Laplace.

Étant donné que la température intérieure est mesurée, on a choisi deux structures ARX de modèles pour l'identification séparément de la régulation et du modèle du bâtiment comme l'illustre la figure A.8.

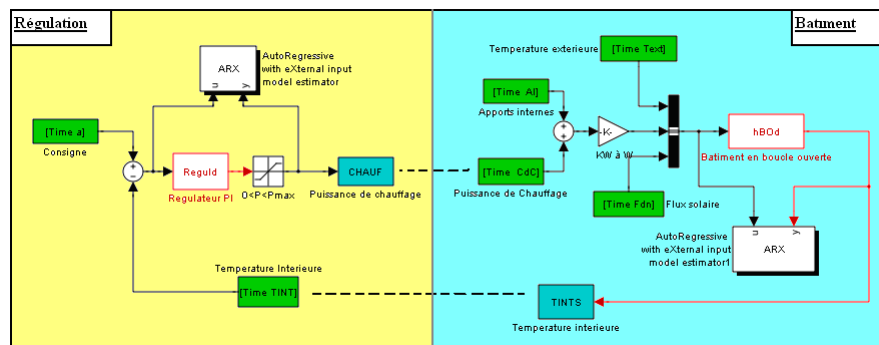


FIGURE A.8: Structure d'identification pour le modèle de la signature énergétique

La procédure a été mise en œuvre séparément pour chacun des deux sous systèmes en considérant comme jeux de données entrée/sortie :

1. Pour le régulateur : l'entrée est l'écart entre la température de consigne et la température intérieure mesurée, la sortie est la courbe de charge chauffage
2. Pour le bâtiment : l'entrée est constituée de la météo (température extérieure et flux solaire) et de la somme entre la courbe de charge et les apports internes.

Un découpage de séquences de données servant à l'identification de chaque modèle à été adopté en se basant sur des connaissances a priori fortes sur le comportement thermique du bâtiment à savoir :

1. les montées de température (changement de la consigne du réduct à la température de confort) traduisent essentiellement le fonctionnement du système de chauffage,
2. les descentes de la température intérieure (nuits) sont caractéristiques de la décharge des parois du bâtiment, elles serviront par suite à identifier le modèle du bâtiment.

L'identification a été faite sous Matlab en prenant comme critère à minimiser l'erreur de prédiction, les résultats obtenus pour bâtiment, sont résumés dans le tableau A.1.

Modèle	$A(q^{-1})y(t) = B(q^{-1})u(t) + e(t)$		
Filtrage	morphologique	seuillage	Paramètres
$A(q^{-1})$	$1 - 0.98(\pm 0.0026)q^{-1}$	$1 - 0.99(\pm 0.0023)q^{-1}$	$\tau = 10.18; 15.91h$
$B_1(q^{-1})$	$0.0030(\pm 0.00043)$	$0.0028(\pm 0.00047)$	$G = 1.26; 0.87$

Tableau A.1: *Polynômes et paramètres du modèle identifié*

L'analyse des résultats d'identification ne permet pas de conclure à un modèle robuste du bâtiment et ce pour plusieurs raisons :

- les résultats ne sont pas robustes par rapport au type de filtrage, mais aussi par rapport à la séquence de données choisie (jours de la semaine),
- les choix faits ne permettent pas de déterminer la surface sud équivalente puisque l'identification est faite en l'absence d'ensoleillement,
- une constante de temps du bâtiment de l'ordre 10 ou 15 heures n'est pas compatible avec la connaissance thermique du bâtiment LGEP1,
- les valeurs obtenues pour les déperditions statiques G du bâtiment ne permettent pas de renseigner sur la structure de ce dernier. En effet les valeurs obtenues par identification pour différentes configurations bornent les valeurs possibles pour n'importe quel bâtiment.

Base de données des paramètres de bâtiment

Déperdition	Rra (ren: 1 vol/h)	Rp	Rle	Ro	Ri	Cs	Cres	Rhim	Rhile	Rheme	Rhele
0.35W/m3.K	6.3E-04	INFINI	1.1E-03	1.3E-03	3.5E-05	452 169 103	140 173 567	1.91E-05	3.67E-04	3.60E-05	2.00E-04
0.35W/m3.K	6.3E-04	INFINI	7.2E-03	5.9E-04	7.5E-05	376 835 908	61 660 295	2.32E-05	2.29E-03	3.13E-05	1.25E-03
0.35W/m3.K	6.3E-04	INFINI	2.9E-03	7.0E-04	7.6E-05	356 571 803	61 611 365	2.35E-05	9.17E-04	3.25E-05	5.00E-04
0.35W/m3.K	6.3E-04	INFINI	1.1E-03	1.2E-03	7.7E-05	395 351 300	61 559 835	2.45E-05	3.67E-04	3.60E-05	2.00E-04
0.35W/m3.K	6.3E-04	INFINI	8.6E-04	2.0E-03	8.0E-05	393 264 831	60 728 518	2.50E-05	2.75E-04	3.83E-05	1.50E-04
0.35W/m3.K	6.3E-04	INFINI	7.2E-03	6.5E-04	2.1E-05	1 331 486 950	203 483 279	1.53E-05	2.29E-03	3.13E-05	1.25E-03
0.35W/m3.K	6.3E-04	INFINI	2.9E-03	7.5E-04	2.1E-05	1 347 443 990	199 989 673	1.54E-05	9.17E-04	3.25E-05	5.00E-04
0.35W/m3.K	6.3E-04	INFINI	8.6E-04	2.1E-03	2.3E-05	1 258 193 600	192 255 587	1.61E-05	2.75E-04	3.83E-05	1.50E-04
0.35W/m3.K	6.3E-04	INFINI	1.1E-03	1.3E-03	2.2E-05	1 289 636 140	196 095 606	1.58E-05	3.67E-04	3.60E-05	2.00E-04
0.36W/m3.K	6.3E-04	INFINI	7.2E-03	6.3E-04	3.3E-05	525 914 941	146 018 083	1.83E-05	2.29E-03	3.13E-05	1.25E-03
0.36W/m3.K	6.3E-04	INFINI	2.9E-03	7.4E-04	3.5E-05	405 710 734	145 607 463	1.85E-05	9.17E-04	3.25E-05	5.00E-04
0.35W/m3.K	6.3E-04	INFINI	8.6E-04	2.0E-03	3.6E-05	468 046 268	138 088 356	1.95E-05	2.75E-04	3.83E-05	1.50E-04
0.5W/m3.K	6.3E-04	INFINI	5.1E-03	3.9E-04	7.0E-05	420 037 178	64 944 358	2.32E-05	2.29E-03	3.13E-05	1.25E-03
0.5W/m3.K	6.3E-04	INFINI	2.0E-03	4.7E-04	7.2E-05	390 099 898	64 854 563	2.35E-05	9.17E-04	3.25E-05	5.00E-04
0.5W/m3.K	6.3E-04	INFINI	8.1E-04	8.2E-04	7.7E-05	327 345 490	64 575 122	2.45E-05	3.67E-04	3.60E-05	2.00E-04
0.5W/m3.K	6.3E-04	INFINI	6.1E-04	1.4E-03	7.8E-05	385 829 662	64 285 980	2.50E-05	2.75E-04	3.83E-05	1.50E-04
0.5W/m3.K	6.3E-04	INFINI	5.1E-03	4.5E-04	2.1E-05	1 310 683 360	205 330 141	1.53E-05	2.29E-03	3.13E-05	1.25E-03
0.5W/m3.K	6.3E-04	INFINI	2.0E-03	5.2E-04	2.1E-05	1 323 441 290	201 819 124	1.54E-05	9.17E-04	3.25E-05	5.00E-04
0.5W/m3.K	6.3E-04	INFINI	8.1E-04	8.8E-04	2.2E-05	1 267 440 640	199 029 940	1.58E-05	3.67E-04	3.60E-05	2.00E-04
0.5W/m3.K	6.3E-04	INFINI	6.1E-04	1.4E-03	2.2E-05	1 237 529 140	196 611 338	1.61E-05	2.75E-04	3.83E-05	1.50E-04
0.5W/m3.K	6.3E-04	INFINI	5.1E-03	4.3E-04	3.4E-05	452 244 457	147 113 781	1.83E-05	2.29E-03	3.13E-05	1.25E-03
0.5W/m3.K	6.3E-04	INFINI	2.0E-03	5.1E-04	3.4E-05	430 132 092	148 020 544	1.85E-05	9.17E-04	3.25E-05	5.00E-04
0.5W/m3.K	6.3E-04	INFINI	8.1E-04	8.6E-04	3.5E-05	389 161 124	149 345 312	1.91E-05	3.67E-04	3.60E-05	2.00E-04
0.5W/m3.K	6.3E-04	INFINI	6.1E-04	1.4E-03	3.5E-05	461 729 189	142 735 439	1.95E-05	2.75E-04	3.83E-05	1.50E-04
0.8W/m3.K	6.3E-04	INFINI	5.7E-04	4.2E-04	7.1E-05	355 378 515	71 076 660	2.45E-05	3.67E-04	3.60E-05	2.00E-04
0.8W/m3.K	6.3E-04	INFINI	4.3E-04	4.5E-04	7.2E-05	328 216 424	73 339 880	2.50E-05	2.75E-04	3.83E-05	1.50E-04
0.8W/m3.K	6.3E-04	INFINI	3.6E-03	2.7E-04	2.1E-05	1 265 046 100	207 847 526	1.53E-05	2.29E-03	3.13E-05	1.25E-03
0.8W/m3.K	6.3E-04	INFINI	1.4E-03	3.1E-04	2.1E-05	1 279 673 480	205 019 016	1.54E-05	9.17E-04	3.25E-05	5.00E-04
0.8W/m3.K	6.3E-04	INFINI	5.7E-04	4.8E-04	2.2E-05	1 238 408 330	203 763 363	1.58E-05	3.67E-04	3.60E-05	2.00E-04
0.8W/m3.K	6.3E-04	INFINI	4.3E-04	6.8E-04	2.2E-05	1 215 611 140	203 314 356	1.61E-05	2.75E-04	3.83E-05	1.50E-04
0.8W/m3.K	6.3E-04	INFINI	3.6E-03	2.6E-04	3.0E-05	411 854 025	180 950 424	1.83E-05	2.29E-03	3.13E-05	1.25E-03
0.8W/m3.K	6.3E-04	INFINI	1.4E-03	3.0E-04	3.0E-05	398 467 983	180 492 422	1.85E-05	9.17E-04	3.25E-05	5.00E-04
0.8W/m3.K	6.3E-04	INFINI	5.7E-04	4.7E-04	3.2E-05	345 150 788	178 070 319	1.91E-05	3.67E-04	3.60E-05	2.00E-04
0.8W/m3.K	6.3E-04	INFINI	4.3E-04	6.6E-04	3.3E-05	321 250 416	179 765 397	1.95E-05	2.75E-04	3.83E-05	1.50E-04

Annexe B

Matrice d'information de Fisher/ algorithme du gradient

B.1 Calcul de la matrice d'information de Fisher

Dans cette partie, nous présentons la matrice d'information associée à un système décrit par son fonctionnement entrée/sortie.

Soit (y_0, \dots, y_N) un ensemble d'observations associées à un système stochastique paramétrique \mathcal{S}_θ , θ étant le vecteur des paramètres inconnus.

On définit la variable $S = \nabla_\theta \log [f_\theta(Y)]$ où f_θ est la distribution de vraisemblance associée à Y . S est par définition d'espérance nulle ($\int \nabla_\theta \log [f_\theta(Y)] f_\theta(Y) dY = \int \frac{\nabla_\theta [f_\theta(Y)]}{f_\theta(Y)} f_\theta(Y) dY = \nabla_\theta [\int f_\theta(Y) dY]$) et de variance :

$$\text{var}(S) = E_\theta [\nabla_\theta \log [f_\theta(Y)] \nabla_\theta^T \log [f_\theta(Y)]]$$

appelée matrice d'information de Fisher et notée $I(\theta)$. La simplification de la matrice d'information sous l'hypothèse d'intégrabilité uniforme des dérivées de f se présente sous la forme :

$$I(\theta) = -E_\theta [\nabla_\theta^2 \log [f_\theta(Y)]] \quad (\text{B.1})$$

B.1.1 Évaluation de $\nabla_\theta^2 \log [f_\theta(Y)]$ pour un système récursif

Nous étudions ici les systèmes, à observation scalaire, de la forme :

$$\begin{aligned} y_{k+1} &= \varphi_\theta(y_0, \dots, y_k) + \varepsilon_{k+1} \\ &= \varphi_\theta(y_{0:k}) + \varepsilon_{k+1} \end{aligned} \quad (\text{B.2})$$

où ε est un bruit gaussien indépendant, $\varepsilon \sim \mathcal{N}(0, \Sigma_\varepsilon)$.

La fonction de log-vraisemblance associée au système B.2 est :

$$\log [f_\theta(Y)] = \text{cste} - \frac{1}{2} \sum_{k=0}^{N-1} \|y_{k+1} - \varphi_\theta(y_{0:k})\|_{\Sigma_\varepsilon}^2$$

et par suite sa hessienne est :

$$\nabla_{\theta}^2 \log [f_{\theta}(Y)] = -\frac{1}{2} \sum_{k=0}^{N-1} \left\{ \nabla_{\theta}^T \varphi_{\theta}(y_{0:k}) \Sigma_{\varepsilon}^{-1} \nabla_{\theta} \varphi_{\theta}(y_{0:k}) - \nabla_{\theta}^{2T} \varphi_{\theta}(y_{0:k}) \Sigma_{\varepsilon}^{-1} (y_{k+1} - \varphi_{\theta}(y_{0:k})) \right\}$$

or $E_{\theta}[y_{k+1}] = \varphi_{\theta}(y_{0:k})$ et $\nabla_{\theta}^{2T} \varphi_{\theta}(y_{0:k})$ est une constante à l'instant $k+1$ donc :

$$E_{\theta} \left[\nabla_{\theta}^{2T} \varphi_{\theta}(y_{0:k}) \Sigma_{\varepsilon}^{-1} (y_{k+1} - \varphi_{\theta}(y_{0:k})) \right] = 0 \quad (\text{B.3})$$

On en déduit à partir des relations B.1 et B.3 l'expression de la matrice d'information :

$$I(\theta) = \frac{1}{2} \sum_{k=0}^{N-1} E_{\theta} \left[\nabla_{\theta}^T \varphi_{\theta}(y_{0:k}) \Sigma_{\varepsilon}^{-1} \nabla_{\theta} \varphi_{\theta}(y_{0:k}) \right]$$

B.2 Algorithme de gradient

Il existe deux catégories de méthodes (voir Landau [37] à titre d'exemple) :

1. Les algorithmes récursifs ou « en ligne » : rectifient l'estimation des paramètres au fur et à mesure de l'arrivée des données. Ils sont adaptés au cas de traitement de données en temps réel et présentent l'avantage de traiter une seule donnée à la fois (celle de l'instant actuel).
2. Les algorithmes itératifs ou « hors ligne » : utilisent toute la chronologie des données pour fournir une solution numérique au problème (une solution analytique n'existe pas généralement). L'estimation des paramètres s'améliore à chaque itération de l'algorithme. C'est le cas qui nous intéresse ici.

Une des méthodes les plus connues est celle de Newton, la solution s'obtient itérativement de la manière suivante :

$$\hat{\theta}^{i+1} = \hat{\theta}^i - \left[\frac{\partial^2 J(\hat{\theta}^i)}{\partial \theta^2} \right]^{-1} \frac{\partial J(\hat{\theta}^i)}{\partial \theta}$$

En effet, en notant

$$\psi(k, \theta) = -\frac{\partial (y_k - \hat{y}_k)}{\partial \theta} = -\frac{\partial e_k(\theta)}{\partial \theta}$$

le gradient de J est $\frac{\partial J(\theta)}{\partial \theta} = -\frac{2}{N} \sum_{k=1}^N e_k(\theta) \psi^T(k, \theta)$

La hessienne est : $\frac{\partial^2 J(\theta)}{\partial \theta^2} = \frac{2}{N} \sum_{k=1}^N \psi(k, \theta) \psi^T(k, \theta) + \frac{2}{N} \sum_{k=1}^N e_k(\theta) \frac{\partial^2 e_k(\theta)}{\partial \theta^2}$

Dans le cas où la structure du modèle est fonction d'une paramétrisation fixée, la hessienne risque d'être singulière. Ceci peut entraîner des cas de non convergence du fait que la plupart des algorithmes de minimisation utilisent l'inverse de la hessienne. Plusieurs régularisations existent dont :

- Gauss Newton : plus spécifique à la minimisation de somme de carrés, il présente l'avantage de ne pas nécessiter des dérivées secondes. La dérivée d'ordre 2 est négligée dans le calcul de la hessienne :

$$\frac{\partial^2 J(\hat{\theta}^i)}{\partial \theta^2} \approx \frac{2}{N} \sum_{k=1}^N \psi(k, \theta) \psi^T(k, \theta) = 2 \left[\frac{\partial J_r(\hat{\theta}^i)}{\partial \theta} \right]^T \left[\frac{\partial J_r(\hat{\theta}^i)}{\partial \theta} \right]$$

où J_r est la matrice jacobienne du résidu : $r = \begin{bmatrix} e_1(\hat{\theta}^i) \\ \vdots \\ e_N(\hat{\theta}^i) \end{bmatrix}$ calculée en $\hat{\theta}^i$.

- Levenberg Marquardt : c'est une version relaxée de Gauss Newton :

$$\frac{\partial^2 J(\hat{\theta}^i)}{\partial \theta^2} \approx 2 \left[\frac{\partial J_r(\hat{\theta}^i)}{\partial \theta} \right]^T \left[\frac{\partial J_r(\hat{\theta}^i)}{\partial \theta} \right] + \lambda I$$

Annexe C

Filtrage de Kalman

Le filtre de Kalman répond au problème d'estimation en s'appuyant sur la notion d'état. L'intérêt de la représentation d'état est qu'elle permet de caractériser des systèmes invariants et non invariants et donc de modéliser des signaux aléatoires stationnaires ou pas.

Comme on se place dans un cadre de données discrètes (courbe de charge et données météo), nous présenterons le filtre dans le cas de système discret.

C.1 Cadre général

Soit X un vecteur d'état d'un système \mathcal{S} donnée, X n'est pas unique mais regroupe les variables principales (et leurs dérivées éventuelles), sa taille est l'ordre de \mathcal{S} (degré de la fonction de transfert pour un système mono entrée mono sortie). \mathcal{S} peut être mis sous forme d'état discrète de la manière suivante :

$$\begin{cases} X_{k+1} = A_k X_k + B_k U_k + V_k \\ Y_k = C_k X_k + W_k \end{cases}$$

où :

- ▶ A : matrice d'évolution carrée dépendant du temps dans le cas non stationnaire,
- ▶ B : matrice de commande, et U la commande. Si le système n'est pas commandé (par une grandeur exogène), le terme correspondant est nul.
- ▶ C : matrice d'observation,
- ▶ V : bruit blanc de même dimension que X appelé « bruit d'état »,
- ▶ W : bruit blanc de même dimension que Y , dit « bruit de mesure » non corrélé avec V ($E[W_k V_l^T] = 0$) et avec l'état initial ($E[W_k X_0^T] = 0$).

La première équation est l'équation d'évolution décrivant la dynamique de \mathcal{S} , la seconde est l'équation d'observation qui regroupe les grandeurs auxquelles on a accès dans le vecteur Y , de taille inférieure à celle de X .

L'état initial X_0 est lui même aléatoire, de moyenne m_0 , de covariance $\Lambda_0 = E[(X_0 - m_0)(X_0 - m_0)^T]$,

non corrélé avec V et W . La blancheur de V et W se traduit par :

- ▶ $E[V_k] = E[W_k] = 0$, moyenne nulle.

- $E \left[V_k V_l^T \right] = Q_k \delta_k^l$, Q est la matrice de covariance de V .
- $E \left[W_k W_l^T \right] = R_k \delta_k^l$, R est la matrice de covariance de W .

Dans le cas stationnaire, les matrices A , C , Q et R sont constantes.

C.2 Le filtre

Le principe du filtrage linéaire récursif de Kalman est :

1. Prédire l'état à l'instant $k + 1$ à partir de son estimation à l'instant k . Soit en notant $\mu_{k|k}$ l'estimation de X à l'instant k , et $\mu_{k+1|k}$ sa prédiction à partir de l'estimation à l'instant k , on a :

$$\mu_{k+1|k} = A_k \mu_k + B_k U_k$$

Cette prédiction n'est pas bruitée car il s'agit d'une projection sur l'espace formé par les observations et l'état jusqu'à l'instant k et que par définition le bruit d'état est blanc (les valeurs qu'il prend aux différents instants ne sont pas corrélées, il est par suite non corrélé avec l'état aux instants précédents) et non corrélé avec le bruit de mesure (donc avec les observations). Soit $\Sigma_{k+1|k}$ la variance de l'erreur de prédiction :

$$E \left[(X_{k+1} - \mu_{k+1|k}) (X_{k+1} - \mu_{k+1|k})^T \right]$$

et $\Sigma_{k|k}$ la variance de l'erreur d'estimation ($E \left[(X_k - \mu_{k|k}) (X_k - \mu_{k|k})^T \right]$), on peut facilement montrer que :

$$\Sigma_{k+1|k} = A_k \Sigma_{k|k} A_k^T + Q_k$$

2. Estimer après l'« arrivée » de la mesure Y_{k+1} : cette phase permet de corriger la prédiction en ajoutant un terme correctif (écart entre la mesure et son estimation) pondéré par un gain K (de Kalman) tel que :

$$\begin{aligned} \mu_{k+1|k+1} &= \mu_{k+1|k} + K_{k+1} \{ Y_{k+1} - C_{k+1} \mu_{k+1|k} \} \\ K_{k+1} &= \Sigma_{k+1|k} C_{k+1}^T \{ C_{k+1} \Sigma_{k+1|k} C_{k+1}^T + R_{k+1} \}^{-1} \\ \Sigma_{k+1|k+1} &= \{ I - K_{k+1} C_{k+1} \} \Sigma_{k+1|k} \end{aligned}$$

C.3 Le lisseur

Le principe du lisseur de Kalman est de mettre en oeuvre le filtre dans un premier temps et ensuite de faire le sens inverse en commençant par la dernière estimation et en allant récursivement jusqu'à la première. En conservant les notations présentées précédemment et en posant :

- $\mu_{k+1|k}$ la prédiction dans le sens inverse,
- $\Sigma_{k+1|k}$ la variance de l'erreur de prédiction correspondante,

► $\Sigma_{k|N}$ la variance de l'erreur d'estimation du lisseur et J_k le gain du "retour".
 Les équations à mettre en oeuvre à l'itération k du sens inverse sont :

$$\begin{aligned} \mu_{k+1|k} &= A_k \mu_{k|k} + B_k U_k \\ J_k &= \Sigma_{k|k} A_k^T \Sigma_{k+1|k}^{-1} \\ \mu_{k|N} &= \mu_{k|k} + J_k \{ \mu_{k+1|N} - \mu_{k+1|k} \} \\ \Sigma_{k|N} &= \Sigma_{k|k} + J_k \{ \Sigma_{k+1|N} - \Sigma_{k+1|k} \} J_k^T \end{aligned}$$

Bibliographie

- [1] H. AKAIKE : Some problems in the application of the cross-spectral method. *In* B. HARRIS, éditeur : *Spectral Analysis of Time Series*, pages 81–107. John Wiley, 1967. 3.3.2
- [2] A. ANDROUTSOPOULOS, J.J. BLOEM, H.A.L. van DIJK et P.H. BAKER : Comparison of user performance when applying system identification for assessment of the energy performance of building components. *Building and environment*, 43:189–196, 2008. 2.2.1
- [3] P. R. ARMSTRONG : *Model identification with application to building control and fault detection*. Thèse de doctorat, Massachusetts Institute of Technology, 2004. 2.2.2.2
- [4] A. A. EL AZHER : *Identification des systèmes à deux échelles de temps et application au chauffage optimal des bâtiments*. Thèse de doctorat, Ecole des Mines de Paris, 1992. 1.3, 2.2.2.2
- [5] S. BARROIS et J.M JICQUEL : Fdd usages : Outil de pré-diagnostic automatique à partir de la courbe de charge annuelle d’un site tertiaire. Rapport technique, EDF, 2003. 1.2.2.1
- [6] A. S. BAZANELLA, M. GEVERS et L. MISKOVIC : Closed-loop identification of mimo systems : a new look at identifiability and experiment design. *In Proceedings of European Control Conference*, 2007. 3.2.1
- [7] I. BRAEMS, L. JAULIN, M. KIEFFER et E. WALTER : Guaranteed numerical alternatives to structural identifiability testing. *Proceedings of the 40th IEEE Conference on Decision and Control*, 4:3122–3127, 2001. 2
- [8] S. P. BROOKS et G. O. ROBERTS : Assessing convergence of markov chain monte carlo algorithms. *Statistics and Computing*, 8:319–335, 1997. 6.2
- [9] M.J. CHAPPELL : Structural identifiability and indistinguishability of certain two-compartment models incorporating nonlinear efflux from the peripheral compartment. *Mathematical Biosciences*, 125:61–81, 1995. 3.2, 1
- [10] M.J. CHAPPELL et R.N. GUNN : A procedure for generating locally identifiable reparametrisations of unidentifiable non-linear systems by the similarity transformation approach. *Mathematical Biosciences*, 148:21–41, 1998. 1
- [11] L. CHEN, Z. QIN et J.S. LIU : Exploring hybrid monte carlo in bayesian computation. *ISBA and Eurostat*, 2001. 6.6.2.1
- [12] D. COVALET et N. PILLA : Modélisation dynamique sur ca-sis version 3.0 du bâtiment de bureaux lgep1. Rapport technique, EDF, 2005. A.1

- [13] S. DAUTIN : *Réduction de modèles thermiques de bâtiments : amélioration des techniques par modélisation des sollicitations météorologiques*. Thèse de doctorat, Université de POITIERS, 1997. 2.1.2.2, 2.1.2.3, 2.2.1
- [14] T.J. DEBUS, P.E. DUPONT et R.D. HOWE : Distinguishability and identifiability testing of contact state models. *Advanced Robotics*, 19:545–566, 2005. 3.2
- [15] F. DÉQUÉ : Techniques numériques de réduction de modèles linéaires : état de l’art. Rapport technique, EDF, 1994. 2.1.2.3
- [16] W. FELLER : *An Introduction to Probability Theory and Its Applications*. John Wiley, 1968. 5.1.2
- [17] U. FORSELL : *Properties and Usage of Closed-loop Identification Methods*. Thèse de doctorat, Linkoping University, 1997. 3.3.2
- [18] G. FRAISSE : *La Régulation Thermique Des Bâtiments Tertiaires : Application De La Logique Floue A La Régulation Centrale Du Chauffage En Régime Intermittent*. Thèse de doctorat, Institut National Des Sciences Appliquées De Lyon, 1997. 1.3, 2.2.2.2
- [19] Y. GAO, J.J. ROUX, C. TEODOSIU et L.H. ZHAO : Reduced linear state model of hollow blocks walls, validation using hot box measurements. *Energy and Buildings*, 36:1107–1115, 2004. 2.1.2.3
- [20] A. E. GELFAND et A. F. M. SMITH : Sampling-based approaches to calculating marginal densities. *Journal of the American Statistical Association*, 85:398–409, 1990. 5.1.2.1
- [21] A. GEMAN et D. B. RUBIN : Inferences from iterative simulating using multiple sequences. *Statistical Science*, 7:457–511, 1992. 6.2.2.1
- [22] S. GEMAN et D. GEMAN : Stochastic relaxation, gibbs distributions, and the bayesian restoration of images. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 6:721–741, 1984. 5.1.2.3
- [23] M. GEVERS, A.S. BAZANELLA, X. BOMBOIS et L. MISKOVIC : Identification and the information matrix : how to get just sufficiently rich? *IEEE Transactions on Automatic Control*, 54:2828–2840, 2009. 3.2.1
- [24] M. GEVERS, L. MISKOVIC, D. BONVIN et A. KARIMI : Identification of multi-input systems : variance analysis and input design issues. *Automatica*, 42:559–572, 2006. 1, 2
- [25] H. GHARBI, M. GONORD et A. MARTI : Reconnaissance de la signature thermique d’un logement. signa/ther. Rapport technique, EDF, 1989. 2.1.2.1
- [26] W.R. GILKS, S. RICHARDSON et D.J. SPIEGELHALTER : *Markov Chain Monte Carlo In Practice*. Chapman & Hall, 1995. 5.1.2.1, 2
- [27] E. HAIRER, C. LUBICH et G. WANNER : *Geometric Numerical Integration*. Springer, 2004. 6.6.2.1
- [28] K.M. HANSON : Markov chain monte carlo posterior sampling with the hamiltonian method. *Medical Imaging : Image Processing*, 4322:456–467, 2001. 6.6.2.1

- [29] W. K. HASTINGS : Monte carlo sampling methods using markov chains and their applications. *Biometrika*, 57:97–109, 1970. 5.1.2.2
- [30] P. M. J. Van Den HOF et R. J. P. SCHRAMA : Identification and control : closed loop issues. *Automatica*, 31:1751–1770, 1995. 3.3.2
- [31] S. JAZOULI et S. BARROIS : Calage d'un modèle thermique de bâtiment "r3c2" à partir de la courbe de charge et de la météo. Rapport technique, EDF, 2002. 2.3
- [32] A.H. JAZWINSKI : *Stochastic Processes And Filtering Theory*. Academic Press, 1970. 5.2.3.1
- [33] M.J. JIMENEZ et H.MADSEN : Models for describing the thermal characteristics of building components. *Building and Environment*, 43:152–162, 2008. 2.2.1
- [34] J. KAIPIO et E. SOMERSALO : *Statistical and Computational Inverse Problems*. Springer, 2004. 5.1.1
- [35] R. E. KALMAN : A new approach to linear filtering and prediction problems. *Transactions of the ASME—Journal of Basic Engineering*, 82:35–45, 1960. 5.2.3.1
- [36] S. LAGRANGE, N. DELANOUE et L. JAULIN : Injectivity analysis using interval analysis application to structural identifiability. *Automatica*, 44:2959–2962, 2008. 2
- [37] I. D. LANDAU et A. BESANÇON-VODA : *Identification des systèmes*. Hermes Science, 2001. 1, 2, B.2
- [38] L. LARET : *Contribution au développement de modèles mathématiques du comportement thermique transitoire des structures d'habitation*. Thèse de doctorat, Université de LIEGE, 1980. 2.1.2.3
- [39] B. LEIMKUEHLER et S. REICH : *Simulating Hamiltonian Dynamics*. Cambridge University Press, 2005. 6.6.2.1
- [40] L. LJUNG : Asymptotic variance expressions for identified black-box transfer function models. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 30:834–844, 1985. 2
- [41] L. LJUNG : *System Identification - Theory For the User*. Prentice Hall ; 2 edition, 1999. 3.2.1
- [42] S. A. MARSHALL : An approximate method for reducing the order of a linear system. *Control*, 10:642–643, 1966. 2.1.2.3
- [43] A. MARTI et J.P. RIGNAC : Méthode de résolution du système différentiel utilise par le simulateur thermique de stratege 2.1. Rapport technique, EDF, 1991. 2.1.2.3, 2.3
- [44] G. MATHERON : The theory of regionalized variables and its applications. Les cahiers du CMM de Fontainebleau, Ecoles des Mines de Paris, 1971. 6.2.1
- [45] V. MAZET, D. BRIE et J. IDIER : Simuler un distribution normale à support positif à partir de plusieurs lois candidates. In *GRETSI*, 2005. 6.2.3
- [46] E. MAZRIA : *Le guide de l'énergie solaire passive*. Parenthèses, 1981. (document), 1.4

- [47] T. MCKELVEY : *Identification of State-Space Models from Time and Frequency Data*. Thèse de doctorat, Linköping University, 1995. 4.2.3
- [48] C. MENEZO : *Contribution à la modélisation du comportement thermique des bâtiments par couplage de modèles réduits*. Thèse de doctorat, INSA de Lyon, 1999. 2.1.2.3
- [49] N. METROPOLIS et A. W. ROSENLUTH : Equation of state calculations by fast computing machines. *Journal of Chemical Physics*, 21:1087–1092, 1953. 5.1.2.1, 5.1.2.2
- [50] B. C. MOORE : Principal component analysis in linear systems : controllability, observability, and model reduction. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 26(1):17–32, 1981. 2.1.2.3
- [51] Direction de la Climatologie MÉTÉO FRANCE : Fiche méthode degrés jours. Disponible sur internet à l'adresse <http://climatheque.meteo.fr/Docs/DJC-methode.pdf>, 03 2005. 2.1.1.1
- [52] R.M. NEAL : Probabilistic inference using markov chain monte carlo methods. Rapport technique, University of Toronto, 1993. 6.6.2.1
- [53] B. NINNESS et H. HJALMARSSON : Variance error quantifications that are exact for finite model order. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 49:1275–1291, 2004. 2
- [54] F. OLLIVER et A. SEDOGLAVIC : Algorithmes efficaces pour tester l'identifiabilité locale. *In Actes de la Conférence Internationale Francophone d'Automatique*, pages 811–816, 2002. 2
- [55] D. PETIT : *Réduction de modèles de connaissance et identification de modèles d'ordre réduit*. Thèse de doctorat, Université de Provence (Aix-Marseille I), 1991. 2.1.2.3
- [56] H. E. RAUCH, F. TUNG et C. T. STRIEBEL : Maximum likelihood estimates of linear dynamic systems. *AIAA J.*, 3:1445–1450, 1965. 5.2.3.2
- [57] J. C. RIBOT, A. H. ROSENFELD, W. LUHRSEN et F. FOUQUET : *What Works : Documenting the Results of Energy Conservation in Buildings*, chapitre Monitored Low-Energy Houses in North America and Europe : A Compilation and Economic Analysis. American Solar Energy Society, 1983. 2.1.1.1
- [58] V. RICHALET : *Caracterisation energetique des bâtiments sur site. Identification de modes dynamiques. Methodes de signature Energetique*. Thèse de doctorat, INPG, 1991. 1.3, 2.1.1, 2.2.2.1
- [59] C. ROBERT : *L'analyse statistique Bayesienne*. Economica, 1992. 5.1.1
- [60] C. ROBERT : *Méthodes de Monte Carlo par chaînes de Markov*. Economica, 1996. 5.1.2.1, 5.1.2.2, 5.1.2.2
- [61] C. P. ROBERT : *Discretization and MCMC Convergence Assessment*. Springer, 1998. 6.2
- [62] J.J. ROUX : *Proposition de modèles simplifiés pour l'étude du comportement thermique des bâtiments*. Thèse de doctorat, INSA Lyon, 1984. 2.1.2.3
- [63] T. SODERSTROM et P. STOICA : *System Identification*. Prentice Hall, 1989. 3.1.2, 4.2

- [64] E. WALTER, Y. LECOURTIER et J. HAPPEL : On the structural output distinguishability of parametric models, and its relations with structural identifiability. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 29-1:56–57, 1984. 3.2
- [65] E. WALTER et L. PRONZATO : *Identification de modèles paramétriques à partir de données expérimentales*. Masson, 1994. 3.1.2, 3.2
- [66] E. WALTER et L. PRONZATO : On the identifiability and distinguishability of nonlinear parametric models. *Mathematics and Computers in Simulation*, 42:125–134, 1996. 1
- [67] B. YU et P. MYKLAND : Looking at markov samplers through cusum path plots : A simple diagnostic idea. *Statistics and Computing*, 8(3):275–286, 1998. 6.2.2.2
- [68] C. ZAYANE, C. LAJAUNIE, L. PRALY, A. GIRARD et J. M. JICQUEL : Joint state and parameter estimation : a bayesian approach. *IEEE ICMSC*, 1:137–142, 2010. 5.2.3.3

Identification d'un modèle de comportement thermique de bâtiment à partir de sa courbe de charge

Résumé : Dans un contexte de préoccupation accrue d'économie d'énergie, l'intérêt que présente le développement de stratégies visant à minimiser la consommation d'un bâtiment n'est plus à démontrer. Que ces stratégies consistent à recommander l'isolation des parois, à améliorer la gestion du chauffage ou à préconiser certains comportements de l'utilisateur, une démarche préalable d'identification du comportement thermique de bâtiment s'avère inévitable.

Contrairement aux études existantes, la démarche menée ici ne nécessite pas d'instrumentation du bâtiment. De même, nous considérons des bâtiments en occupation normale, en présence de régulateur de chauffage : inconnue supplémentaire du problème. Ainsi, nous identifions un système global du bâtiment muni de son régulateur à partir de :

1. données de la station Météo France la plus proche ;
2. la température de consigne reconstruite par connaissance sectorielle ;
3. la consommation de chauffage obtenue par système de Gestion Technique du Bâtiment ou par compteur intelligent ;
4. autres apports calorifiques (éclairage, présence de personnes...) estimés par connaissance sectorielle et thermique.

L'identification est d'abord faite par estimation des paramètres (7) définissant le modèle global, en minimisant l'erreur de prédiction à un pas. Ensuite nous avons adopté une démarche d'inversion bayésienne, dont le résultat est une simulation des distributions *a posteriori* des paramètres et de la température intérieure du bâtiment.

L'analyse des simulations stochastiques obtenues vise à étudier l'apport de connaissances supplémentaires du problème (valeurs typiques des paramètres) et à démontrer les limites des hypothèses de modélisation dans certains cas.

Mots clés : Identification, inversion bayésienne, échantillonneur de Gibbs, simulation stochastique

Identification of a building thermal behavior model from its load curve

Abstract: In a context of permanent concern of energy saving, the importance of developing strategies to minimize the energy consumption of a building is not to be any more demonstrated. Whether these strategies consist in recommending building insulation, suggesting the modification of the management of heating/air conditioning systems or advising the change of certain occupants' habits, a preliminary step of characterizing the thermal behavior of the building turns out inevitable.

Contrary to the previous studies, the approach developed here does not require instrumentation of the building. Also, we consider buildings in normal occupation, that is in the presence of heating regulator, which is an additional unknown of the problem. So, we identify a global system of the building together with its heating system from:

1. meteorological data of the closest Meteo France station;
2. reference indoor temperature reconstructed by sector-based knowledge;
3. heating consumption collected either from Building Management Systems or from smart meters;
4. other heat supply (like lighting or presence of persons) estimated by sector-based and thermal knowledge.

The identification is made at first by estimation of the parameters (7) defining the global model, by minimizing one step prediction error. Then we adopted an approach of bayesian inversion which provides a simulation of the posterior distributions of parameters and building indoor temperature.

The analysis of the stochastic simulations aims at studying the contribution of additional knowledge of the problem (typical values of the parameters) and at showing the limits of the modeling hypotheses in the case of certain real data sets.

Keywords: Identification, bayesian inversion, Gibbs sampler, stochastic simulation

